



ETSEIAT

Estudi per a la fusió de dades de posició i actitud en un multirotor AscTec Hummingbird (Memòria)

Pol Capella Roca

Treball Final de Grau

Convocatòria: Octubre del 2015

Director: Bernardo Morcego Seix

Codirector: Josep Cugueró Escofet

Grau en Enginyeria de Vehicles Aeroespacials



Índex de continguts

1.	Introducció	9
1.1.	Justificació	9
1.2.	Objectius	10
1.3.	Abast de l'estudi	10
1.4.	Requeriments	12
2.	Estat de l'art	13
2.1.	Quadrotors	13
2.1.1.	Introducció	13
2.1.2.	Principis de vol	15
2.2.	Fusió de dades	19
3.	AscTec Hummingbird	21
3.1.	Introducció	21
3.2.	Característiques	22
3.3.	Hardware	23
3.3.1.	Processadors	23
3.3.2.	Sensors	25
3.3.3.	Mòduls de comunicació Xbee	27
3.3.4.	Control Remot	28
3.4.	Sistemes de referència	29
3.5.	Software	30
3.5.1.	Software de control	30
3.5.2.	Eines de desenvolupament	30
4.	Tecnologia RTK	31
4.1.	Introducció	31
4.2.	Sistemes de Navegació per Satèl·lit	31
4.2.1.	Xarxes GNSS	33
4.2.2.	Senyal GNSS	35



4.2.3.	Fonts d'error	38
4.2.4.	Sistemes d'augmentació GNSS.....	39
4.2.5.	GNSS diferencial amb tecnologia RTK	39
5.	AshTech MB100.....	42
5.1.	Característiques	42
5.2.	Hardware.....	44
5.2.1.	Antenes	45
5.2.2.	Kit d'avaluació	45
5.3.	Protocol de comunicació.....	48
5.3.1.	NMEA0183	48
6.	Geometria terrestre	52
6.1.	El geoide	52
6.2.	L'el·lipsoide	53
6.3.	Comparativa el·lipsoide – geoide.....	54
6.4.	El Datum.....	55
6.5.	Coordenades geogràfiques.....	56
7.	Observadors d'estat	58
7.1.	Introducció.....	58
7.2.	Observabilitat de sistemes en temps discret.....	61
7.3.	Observadors de Luenberger	62
7.4.	Filtre de Kalman	63
7.4.1.	Sistemes lineals estocàstics	63
7.4.2.	Algoritme d'estimació.....	67
7.5.	Filtre estès de Kalman	69
7.6.	Exemple didàctic: pèndul invertit.....	70
7.6.1.	Model	71
7.6.2.	Simulació.....	73
7.6.3.	Resultats	77
8.	Fusió de dades	83



8.1.	Introducció.....	83
8.2.	Sistemes de referència.....	84
8.2.1.	Body Frame.....	84
8.2.2.	Earth Frame	85
8.2.3.	Relacions entre EF y BF.....	86
8.3.	Model	88
8.3.1.	Particularitats.....	91
8.3.2.	Identificació de les pertorbacions.....	92
8.3.3.	Mesures	95
8.3.4.	Linealització del model en espai d'estats.....	103
8.4.	Recepció de dades.....	109
8.4.1.	Sensors de la IMU	109
8.4.2.	Sensor RTK.....	109
8.5.	Validació experimental.....	121
8.5.1.	Model simulink.....	121
8.5.2.	Plataforma	122
8.5.3.	Resultats	123
9.	Impacte ambiental.....	134
10.	Resum del pressupost.....	135
11.	Conclusions	136
12.	Treball futur.....	138
13.	Planificació.....	139
13.1.	Planificació del projecte.....	139
13.2.	Planificació del treball futur	139
14.	Bibliografia	140



Índex de figures

Figura 1: arquitectura clàssica dels quadrotors	13
Figura 2: equilibri del quadrotor [2]	15
Figura 3: empenta global del quadrotor [2].....	15
Figura 4: tracció del quadrotor [3]	16
Figura 5: moviment de balanceig [3]	17
Figura 6: moviment de capcineig [3]	17
Figura 7: moviment de guinyada [3].....	18
Figura 8: efecte de la inclinació del quadrotor [2].....	18
Figura 9: AscTec Hummingbird [39].....	21
Figura 10: placa Auto Pilot de l'AscTec Hummingbird [10].....	24
Figura 11: esquema de funcionament de la placa Auto Pilot. [10].....	25
Figura 12: Control remot [40]	28
Figura 13: sistema de referència de l'ATH [1]	29
figura 14: eixos cos del quadrotor [1]	29
Figura 15: esquema del funcionament del GPS.....	32
Figura 16: comparativa de les òrbites GPS, GLONASS i Galileo, amb altres òrbites de referència [41].....	34
Figura 17: Composició de la senyal GNSS [15]	35
Figura 18: bandes de freqüència de les senyals GNSS [15]	36
Figura 19: efecte de la diferència de fase [17]: la diferència de fase entre les senyals dels dos receptors permet saber quant més (o menys) temps ha de viatjar la senyal del rover i, determinar així, quant més lluny (o aprop) està del satèl·lit.	40
Figura 20: esquema del funcionament de la tecnologia RTK [17]: les xarxes RTK estan compostes dels satèl·lits GNSS, les estacions RTK de referència (envien les correccions al servidor central), el servidor RTK (processa les correccions i les envia al rover) i el rover	41
Figura 21: AshTech MB100 [18]	42



Figura 22: vista detallada de la placa Ashtech MB100 [18]	44
Figura 23: vista externa de l'antena ASH-661 [18]	45
Figura 24: esquema i dimensions del kit d'evaluació [18]	46
Figura 25: disposició dels adaptadors per a les antenes [18]	48
Figura 26: superposició geoide-superfície terrestre [19]	53
Figura 27: superposició el·lipsoide-superfície terrestre [19]	54
Figura 28: efecte de la composició terrestre sobre el geoide [19]	55
Figura 29: coordenades geocèntriques i geodèsiques [19]	56
Figura 30: representació de HAE i HMM [19]	57
Figura 31: esquema bàsic del funcionament d'un observador [20]	59
Figura 32: evolució de l'error d'estimació en les diferents etapes del filtre de Kalman [22]	67
Figura 33: model físic del pèndul invertit	71
Figura 34: senyal d'entrada ($\mu(t)$) de la simulació	74
Figura 35: model de simulink usat per a fer les simulacions del pèndul invertit ..	75
Figura 36: subsistema "model"	75
Figura 37: subsistema de l'observador de Luenberger	76
<i>Figura 38: posició lineal i posició angular del sistema carro-pèndul al llarg del temps</i>	77
Figura 39: comparativa de les senyals de sortida en l'observador de Luenberger	78
Figura 40: error de posició lineal i angular de l'observador de Luenberger	79
Figura 41: comparativa de les senyals de sortida en el filtre de Kalman	80
Figura 42: error de posició lineal i angular del filtre de Kalman	80
Figura 43: Comparativa de les senyals de sortida en el filtre de Kalman estàt. .	81
Figura 44: error de posició lineal i angular del filtre de Kalman estàt.	82
Figura 45: esquema del procés de fusió de dades	83
Figura 46: Sistemes de referència utilitzats [1]	84
Figura 47: seqüència de rotació de EF a BF	87
Figura 48: magneto-resistència [24]	97



Figura 49: declinació magnètica [31].....	98
Figura 50: esquema de funcionament de l'acceleròmetre [35]	101
Figura 51: configuració del block "serial receive"	110
Figura 52: definició del sistema de referència WGS 84 [19].....	112
Figura 53: a l'esquerra, projecció de Mercator, a la dreta, projecció transversa de Mercator [36]	114
Figura 54: xarxa UTM [37]	114
Figura 55: característiques de l'hus [36]	118
Figura 56: situació del meridià central per a l'hus 30 [19].....	120
Figura 57: model de simulink usat per a la fusió de dades.....	121
Figura 58: muntatge de la plataforma per a realitzar la validació experimental	122
Figura 59: validació experimental de l'estimació de l'actitud en repòs.....	124
Figura 60: components normalitzades del camp magnètic durant la simulació, comparades amb les components del camp magnètic terrestre (consultar 8.3.3.2)	125
Figura 61: valor del mòdul del camp magnètic adimensionalitzat durant la simulació, comparat amb el mòdul del camp magnètic terrestre	125
Figura 62: validació experimental de l'estimació de la velocitat angular en repòs	126
Figura 63: validació experimental de l'estimació de l'acceleració lineal en repòs.	127
Figura 64: validació experimental de la velocitat lineal en repòs	128
Figura 65: validació experimental de l'estimació de la posició en repòs.....	129
Figura 66: mòdul de camp magnètic mesurat durant la simulació de vol, comparat amb el mòdul de camp magnètic terrestre	130
Figura 67: validació experimental de l'estimació de l'actitud en vol	131
Figura 68: validació experimental de la velocitat lineal en vol	131
Figura 69: validació experimental de l'estimació de l'acceleració lineal.....	132
Figura 70: validació experimental de l'estimació de la velocitat angular.....	132
Figura 71: validació experimental de l'estimació de la posició.....	133



Índex de Taules

Taula 1: Característiques de l'ATH	22
Taula 2:senyals dels sensors en el model onboard.m de matlab proporcionat per AscTec	27
<i>Taula 3: pinout dels ports RS-232 [18].....</i>	<i>47</i>
Taula 4: estimació del soroll del procés	93
Taula 5: covariàncies del soroll dels sensors de la IMU	94
Taula 6: variància en les mesures de l'RTK	95
Taula 7: mesures experimentals del bias del giroscopi	96
Taula 8: mesures experimentals del bias de l'acceleròmetre	102
Taula 9: paràmetres primaris del sistema WGS 84	113

1. Introducció

1.1. Justificació

Actualment les enormes possibilitats que ofereixen els Vehicles Aeris no Tripulats (UAV) han despertat un enorme interès entre personal, més o menys qualificat i de diferents sectors, que bé per hobby o moguts per motivacions professionals volen exprémer-les al màxim. És per això que els estudis dedicats a aquest sector han augmentat en gran mesura els darrers anys, permetent l'evolució d'aquests aparells i transformant-los, pas a pas, en una part del nostre dia a dia.

Dins del món dels UAV cal destacar l'ús creixent dels quadrotors que, com el seu nom indica, són un tipus de vehicle aeri compostat per quatre rotors, tots equidistants d'un mateix punt central. El fet de disposar de quatre rotors redueix molt la complexitat mecànica en comparació als helicòpters convencionals, millorant-ne la seguretat i reduint els costos de fabricació i manteniment, el que el fa ideal per a propòsits de recerca. A més, la seva capacitat per a realitzar vols en hover, i aterratges i enlairaments verticals, elimina la necessitat de disposar de pistes d'aterratge i el converteix en un recurs molt valuós a l'hora de realitzar missions en localitzacions de difícil accés.

El pilotatge d'aquestes aeronaus està evolucionant cada cop més cap al pilot automàtic o *autopilot*, permetent així desenvolupar aplicacions d'ús civil de gran precisió.

És degut a aquest petit marge d'error que es persegueix, que cada cop és necessari poder obtenir dades de les condicions de vol de l'UAV de forma més autònoma i acurada. Aquesta precisió s'assoleix gràcies al tractament de les dades dels sensors i, sobretot, al procés de fusió de dades que l'acompanya.

En aquest projecte es disposa de l'aeronau AscTec Hummingbird. Es tracta d'un helicòpter de quatre rotors –quadrotor en anglès– encabut dins la categoria de *Micro Aerial Vehicles* (MAV), amb un pes de 0.5kg. Aquesta plataforma disposa d'un sensor GPS convencional per a la recepció de dades de posició. En aquest estudi es substituirà aquest sensor per un GPS diferencial equipat amb tecnologia RTK, millorant així la funcionalitat de l'aeronau, i fent-la òptima per a missions que requereixin d'una gran precisió.



Per tot el comentat amb anterioritat creiem que la realització d'aquest estudi està més que justificada i que consta d'un gran interès i complexitat. A més és important destacar que aquest estudi treballa al voltant d'una matèria, el control automàtic, que degut als plans d'estudis actuals no pot ser tractada tant a fons com seria desitjable, i és per això que l'elaboració d'aquest treball permetrà a l'estudiant l'adquisició de molts conceptes nous i el reafirmament d'aquells que no van poder ser tractats correctament.

1.2.Objectius

Aquest Treball de Final de Grau té com a objectiu principal aconseguir una estimació acurada de l'estat d'un vehicle aeri no tripulat (UAV a partir d'ara, de les seves sigles en anglès Unmanned Aerial Vehicle), un quadrotor AscTec Hummingbird, a través del disseny i implementació d'un observador.

D'aquest objectiu principal se'n deriven dos de secundaris: equipar un dispositiu de mesura de posició AschTech MB100 a bord del UAV, basat en la combinació de la tecnologia GPS amb Real Time Kinematic (RTK), que permeti mesurar posicions amb més precisió que el sistema GPS actual i dissenyar i programar un algoritme de fusió de dades embarcat a l'aeronau.

1.3.Abast de l'estudi

En aquest estudi es durà a terme la fusió de dades de posició i actitud d'un quadrotor equipat amb un dispositiu GPS diferencial. Per tal d'assolir uns resultats òptims s'ha dividit el treball en diferents fases:

1. Estudi teòric sobre la fusió de dades.

Es tindrà una primera presa de contacte amb el món dels observadors per estudiar-ne els diferents tipus i poder escollir el que millor s'adapti a l'abast de l'estudi. També es realitzaran exemples pràctics amb models de caràcter més senzill que el del quadrotor per adquirir més fluïdesa en el treball pràctic.

2. Estudi dels protocols de comunicació GPS convencionals.



S'estudiaran els protocols de comunicació GPS més comuns per tal de ser capaços de llegir les dades proporcionades pel sensor de posició.

3. Estudi del software i les característiques tècniques del dispositiu de mesura de posició AshTech MB100.

Es farà un aprenentatge sobre el software del dispositiu RTK i el seu funcionament per poder recollir les dades que proporciona.

4. Estudi del software i les característiques tècniques del quadrotor AscTec Hummingbird.

Es farà un aprenentatge sobre el software del Hummingbird i el seu funcionament per poder treballar de forma òptima a l'hora de comunicar-nos i recollir dades del quadrotor.

5. Programació de l'algoritme per a la recepció de dades de posició.

Es programarà un algoritme que permeti llegir i interpretar les dades enviades pel sensor de posició AshTech MB100.

6. Validació experimental de l'algoritme per a la recepció de dades de posició.

Es faran proves al laboratori per comprovar que la lectura de dades es realitza de forma correcta.

7. Programació de l'algoritme per a la recepció de dades del quadrotor.

Es programarà un algoritme que permeti llegir i interpretar les dades enviades per la Inertial Measurement Unit (IMU) del Hummingbird.

8. Validació experimental de l'algoritme per a la recepció de dades del quadrotor.

Es faran proves al laboratori per comprovar que la lectura de dades es realitza de forma correcta.

9. Disseny i programació de l'observador.

És la part de més pes del projecte i ens permetrà projectar un observador per estimar els estats desconeguts del quadrotor.

10. Experimentació per a la validació del sistema de fusió de dades.

S'acoblaran els diferents algorismes de lectura de dades i l'observador, i es faran experiments per a validar el seu correcte funcionament.



1.4.Requeriments

Per a la realització d'aquest estudi serà necessari disposar dels següents elements:

- Ordinador equipat amb el software *Matlab/Simulink* i tot el software relacionat amb el control i la lectura de dades del quadrotor *AscTec Hummingbird*.
- Un quadrotor *AscTec Hummingbird*
- GPS diferencial equipat amb tecnologia RTK model MB100 de l'empresa *AshTech*.

2.Estat de l'art

2.1.Quadrotors

2.1.1.Introducció

El quadrotor és l'aeronau d'ales giratòries –*rotorcraft*- més popular dins la subcategoria de multi rotors (dos o més rotors).

L'arquitectura clàssica dels quadrotors es basa en un fuselatge en forma de creu, que subjecta en cada un dels seus extrems una de les hèlixs del vehicle. Dues d'aquestes hèlixs roten en sentit horari i les altres ho fan en sentit contrari, per tal de compensar el parell de reacció que rep el fuselatge i evitar que giri descontroladament.

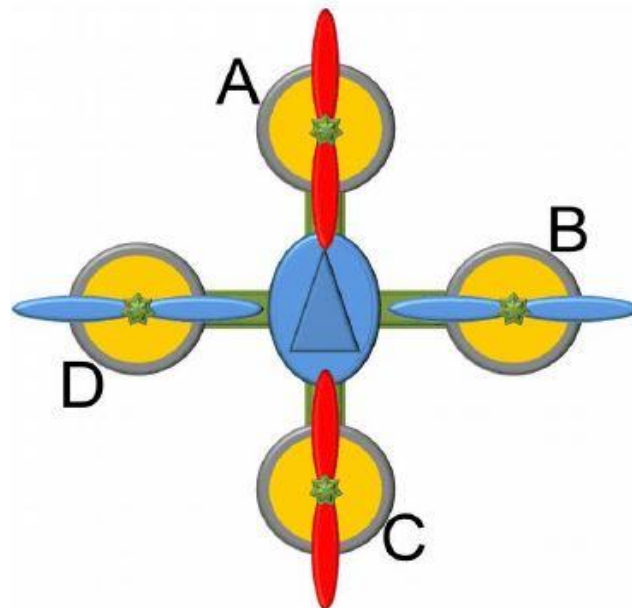


Figura 1: arquitectura clàssica dels quadrotors

Un dels motius de l'ús dels quadrotors en front d'altres multi rotors com bi-rotors, tri-rotors, o amb major número de rotors, és que quatre rotors és la configuració més senzilla que permet el moviment en tres dimensions sense necessitat d'inclinar l'eix de rotació o de canviar el pas de les pales (com fa l'helicòpter convencional).

A continuació es mostren els principals avantatges i inconvenients dels quadrotors [1]:

Avantatges

- Enlairament i aterratge vertical (VTOL).
- Són altament maniobrables i permeten l'execució d'algoritmes de control en tres dimensions de forma segura.
- Quan es redueixen les seves dimensions, la massa i els moments d'inèrcia es redueixen més ràpid. Degut a que el moment és proporcional al moment d'inèrcia i la acceleració angular, això provoca que s'obtinguin majors acceleracions i major manioabrilat en tamany petits (diàmetres de l'ordre de 0.1m).
- Mecànica simple. Les pales tenen un pas fixe y les hèlixs roten en un sol sentit. No és necessària l'articulació de canvi de pas típica en helicòpters. Això provoca que el modelat i control sigui més senzill.
- Major seguretat. No disposen d'elements complexos com el plat distribuïdor –*swashplate*-. La seva fallada seria catastròfica en un helicòpter.
- Compactabilitat. Diàmetres de rotors reduïts, o la falta d'elements com el rotor de cua permeten una estructura compacta.
- Major seguretat per a aplicacions comercials robòtiques respecte dels helicòpters.

Inconvenients

- Major consum d'energia. Degut al major nombre de rotors, i per dependre exclusivament dels rotors per a generar la sustentació.
- Major pes. L'energia és obtinguda de les bateries, i aquestes representen actualment vora el 30% de la massa total, limitant l'autonomia a 30 minuts.
- Limitacions si s'usen rotors de combustió interna. Degut a que el control es realitza mitjançant canvis en la velocitat dels rotors, l'ús dels motors de combustió interna implica la utilització d'un complex sistema de transmissió de potència, que pot provocar una resposta lenta del sistema.

2.1.2. Principis de vol

En la configuració clàssica dels quadrotors els rotors estan instal·lats de tal manera que tots els vectors d'empenta són paral·lels i verticals apuntant cap amunt. No hi ha articulacions de canvi de pas, de manera que el pas de l'hèlix és fix.

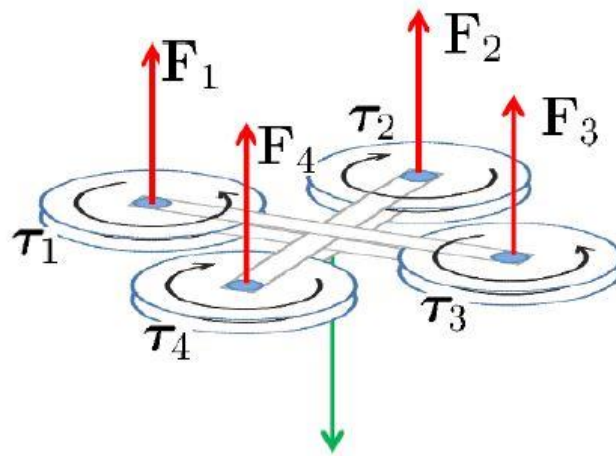


Figura 2: equilibri del quadrotor [2]

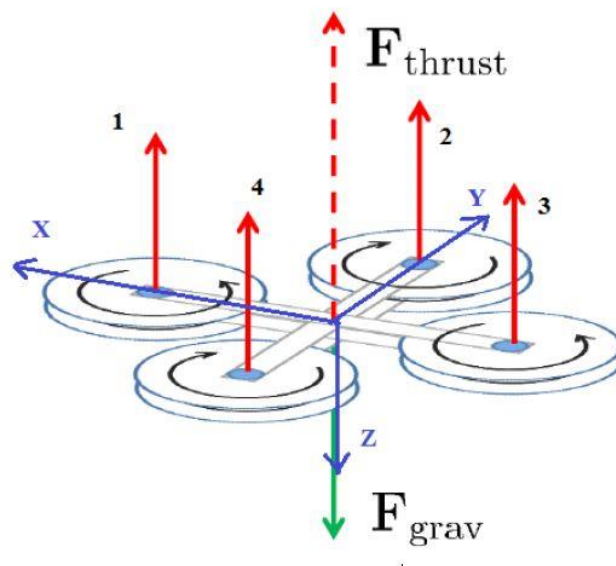


Figura 3: empenta global del quadrotor [2]

Davant la falta d'articulacions de canvi de pas el control d'aquests UAVs es basa en la variació de les rpms dels diferents rotors, per obtenir la combinació de forces i moments desitjada per a realitzar el moviment esperat.

Així doncs podem distingir quatre moviments fonamentals del quadrotor: *thrust* (tracció), *roll* (balanceig), *pitch* (capcineig) i *yaw* (guinyada). A continuació, en les figures Figura 4, Figura 5, Figura 6, Figura 7 , es pot veure una breu descripció d'aquestes maniobres.

- **Tracció (o col·lectiu):** aquest control consisteix a fer variar, en la mateixa mesura, les rpm's de cada rotor, per tal de variar la magnitud del vector d'empenta, sense canviar-ne la direcció.

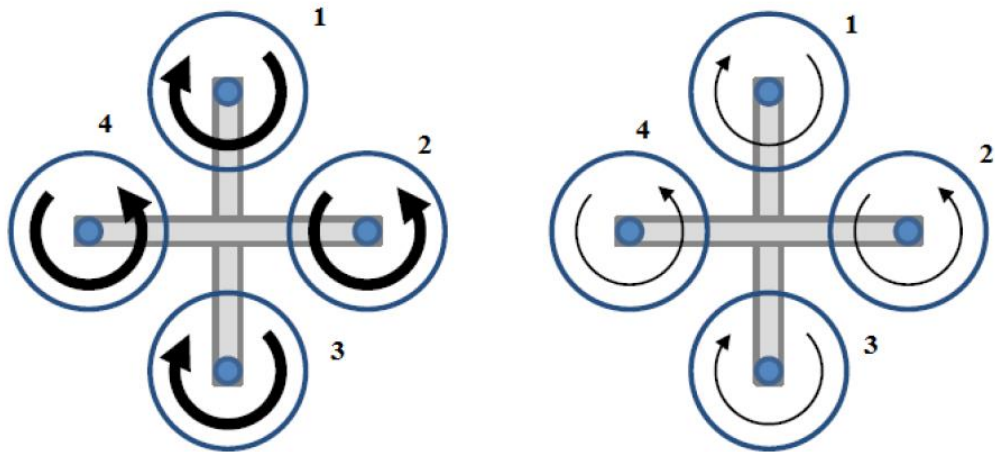


Figura 4: tracció del quadrotor [3]

- **Roll (balanceig):** per a executar el moviment de balanceig, s'augmenta la velocitat de rotació d'un dels rotors laterals (2 ó 4) i es redueix, en la mateixa magnitud, la de l'altre. D'aquesta manera es genera un moment positiu o negatiu al voltant de l'eix x, que fa que el quadrotor s'inclini lateralment.

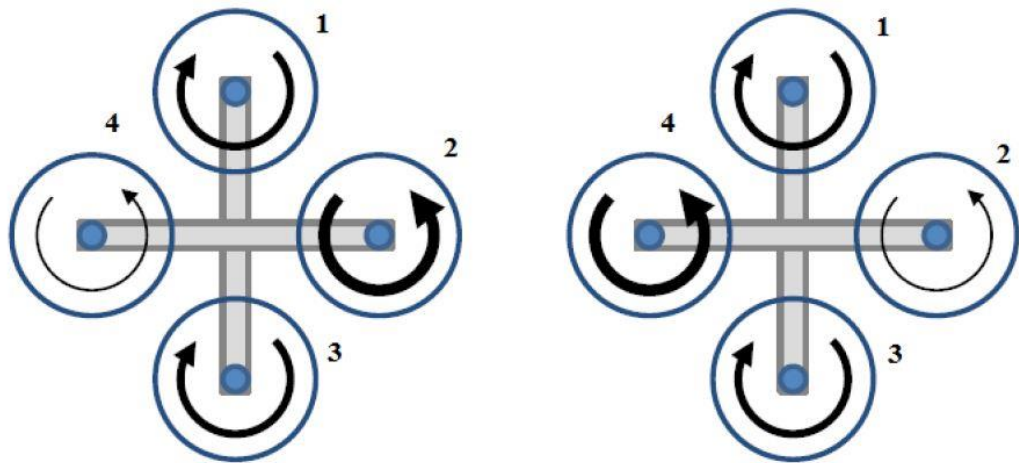


Figura 5: moviment de balanceig [3]

- **Pitch (capcineig):** l'execució del moviment de capcineig és molt semblant a la del balanceig, amb l'única diferència que en aquest cas, la variació de rpm's es produeix sobre els rotors davanter i cuer (1 i 3). Així s'assoleix un moment positiu o negatiu al voltant de l'eix y.

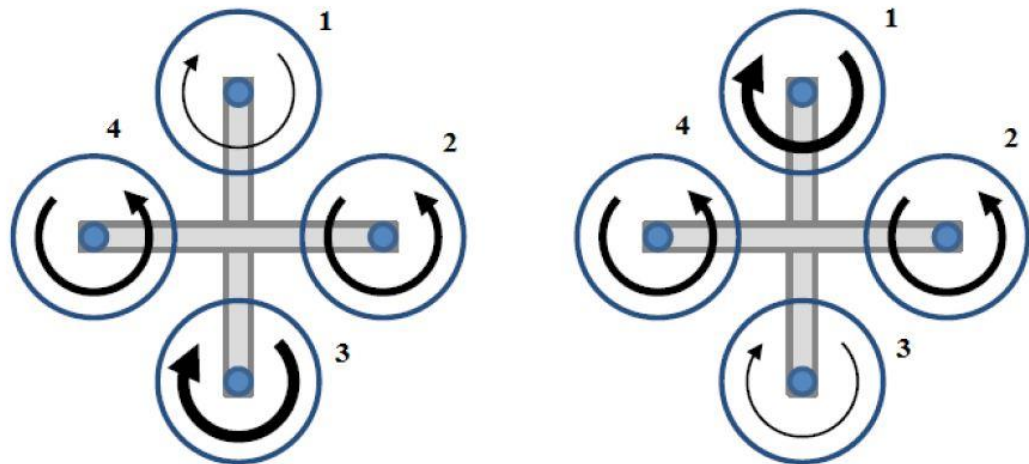


Figura 6: moviment de capcineig [3]

- **Yaw (guinyada):** aquest control consisteix en incrementar (o reduir) la velocitat de gir de la parella de rotors que giren en sentit antihorari – laterals- i en reduir (o incrementar) la velocitat dels que ho fan en sentit horari –davanter i cuer-. D'aquesta manera, complint la tercera llei de Newton (acció/reacció), es genera un moment al voltant de l'eix z de

l'estructura, de sentit contrari al de la suma dels generats pels quatre rotors.

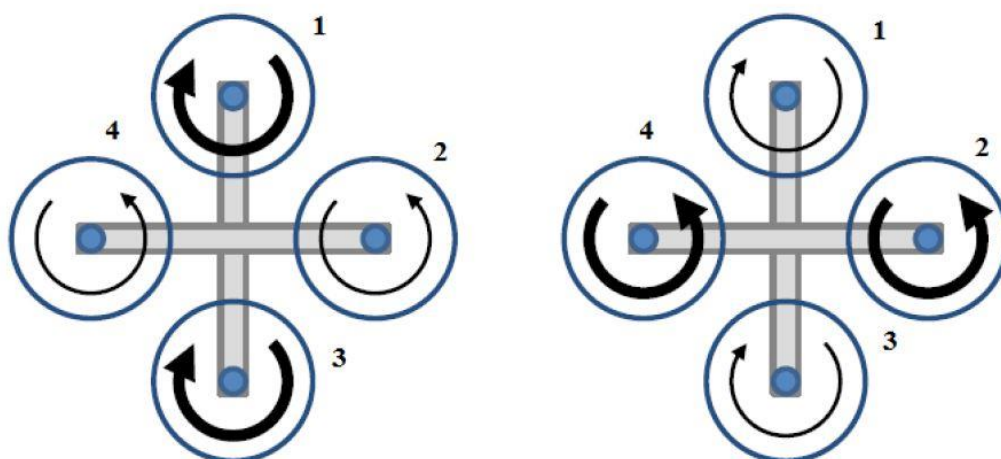


Figura 7: moviment de guinyada [3]

Seguint aquestes maniobres bàsiques, l'aeronau serà capaç d'assolir la posició xyz desitjada amb un determinat angle de guinyada.

Malgrat tot cal tenir en compte que la tracció total (força F_{thrust} en la Figura 8) no sempre estarà alineada amb l'eix Terra vertical (consultar capítol 8.2) i es descompondrà en una component en l'eix vertical (F_z), i dues components en el pla horitzontal (F_x i F_y). D'aquesta manera es genera una acceleració horitzontal.

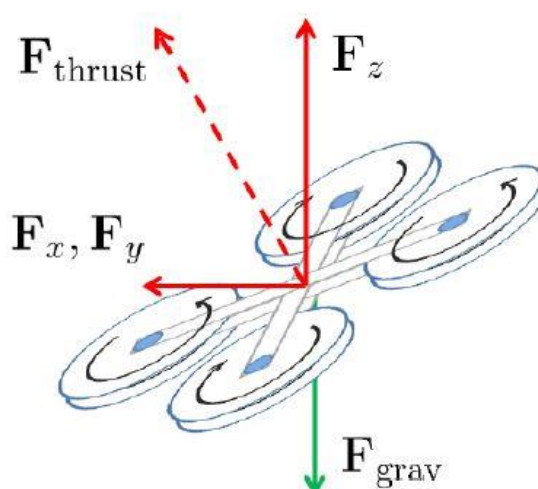


Figura 8: efecte de la inclinació del quadrotor [2]

De l'explicació anterior es dedueix doncs que, en control manual i executant un moviment de capcineig o balanceig, es produirà una reducció en l'acceleració ascensional o, fins i tot, un descens d'altitud de l'aeronau.

2.2.Fusió de dades

La fusió de dades fa referència a l'ús sinèrgic de la informació provinent de diferents sensors, per a assolir una tasca requerida per el sistema. La fusió de dades és d'especial importància en qualsevol aplicació on una gran quantitat de dades han de ser combinades, fusionades i agrupades per a obtenir la millor qualitat possible en la presa de decisions.

Aquesta tècnica apareix doncs en sistemes multi-sensors. Els principals avantatges d'aquests sistemes, en front dels mono-sensors són els següents:

- Les observacions realitzades per cada un dels sensors són incertes i, ocasionalment, incorrectes. Un sistema mono-sensor no ofereix la possibilitat de reduir la incertesa de les mesures.
- Diferents tipus de sensors poden proveir diferents tipus d'informació i permetre així, una millor caracterització de l'entorn d'operació.
- En casos de sistemes mono-sensors, la fallada d'un sensor resulta en la fallada del sistema.

Així doncs, actualment la fusió de dades és una tasca necessària i prioritària en qualsevol sistema, de certa complexitat, que requereixi de les mesures de sensors per al seu funcionament. És per això que es poden trobar diferents tècniques i procediments per a executar aquesta funció, classificades segons diferents criteris.

Un dels criteris de classificació més utilitzats és el basat en el tipus d'arquitectura o algoritme de fusió. Aquest mètode subdivideix les tècniques de fusió de dades en tres grans subgrups: les tècniques d'estimació, les d'inferència i les basades en la intel·ligència artificial.

- **Mètodes d'estimació:** aquesta tècnica consisteix bàsicament en prendre una mitja ponderada de la informació redundant que prové de diferents sensors i utilitzar-la com el valor de fusió. Dins d'aquesta categoria, en la majoria de casos s'emplea un filtre de Kalman [4] [5] [6], en qualsevol de les seves variants, degut al seu bon funcionament en sistemes contaminats per soroll blanc Gaussià, però també trobem algun cas on s'utilitzen

observadors amb algoritmes d'estimació menys complexos. En algun estudi es [7] proposa la utilització d'un conjunt d'observadors de Luenberger per a l'observació de sistemes lineals.

- **Mètodes d'inferència:** la fusió de dades basada en la inferència Bayesiana¹ proporciona un formalisme per a sospesar la validesa de les dades seguint les regles de la teoria de probabilitats. La incertesa es representa amb valors de l'interval $[0,1]$, on 0 indica falla total de la creença i 1 una creença absoluta.
- **Mètodes d'intel·ligència artificial:** inferències d'alt nivell requereixen de raonaments humans tals com el reconeixement de patrons, planificació, deducció i aprenentatge. Les xarxes neuronals i la lògica borrosa [6] són exemples d'aquest tipus de mètodes.

Un dels trets que comparteixen la majoria de mètodes és la necessitat d'utilitzar un model que representi el comportament del sistema.

En la majoria de casos s'usen models cinemàtics, degut a la bona resposta que ofereixen sense ser models enormement complexos. Per exemple [6] usa un model d'acceleració basat en un procés de *Wiener*. Els processos de *Wiener* són models que s'utilitzen per a representar la integral del soroll blanc Gaussià.

També ens trobem amb estudis que utilitzen l'error dels sensors [8] per a definir un model d'error del sistema de navegació que corregeixi aquestes imprecisions. Aquest estudi emplea les dades del GPS per a corregir l'error de deriva de la IMU i poder fer unes estimacions més precises amb el filtre de Kalman.

En sistemes menys complexos es poden usar models del sistema [9] que representin la dinàmica real del procés amb tanta precisió com sigui possible. Quan es treballa amb sistemes més complexos (com podria ser el nostre quadrotor) l'ús d'aquests models és més limitat degut a la impossibilitat de representar mitjançant equacions dinàmiques la física real del sistema, motivada per la complexitat del mateix i per la desconexença de molts dels paràmetres físics que afecten al procés.

¹ La inferència Bayesiana és un tipus d'inferència estadística que utilitza les observacions per a actualitzar la probabilitat de que una hipòtesis pugui ser certa.

3. AscTec Hummingbird

3.1. Introducció

Aquest estudi ha estat realitzat i pensat per a la seva futura implementació en el quadrotor de l'empresa alemanya *AscTec* conegut amb el nom de *Hummingbird*. Es tracta d'un quadrotor desenvolupat amb objectius acadèmics i experimentals i, per tant, el seu disseny no busca oferir unes grans prestacions sinó una facilitat d'accés i modificació de les seves característiques.



Figura 9: AscTec Hummingbird [39]

Al llarg d'aquest apartat es descriuran els principals components del quadrotor i la funció que desenvolupen cada un d'ells, així com el software que s'usa per establir comunicació amb la plataforma i que permet dissenyar i embarcar els algorismes de control i fusió de dades a l'usuari.



3.2. Característiques

En la Taula 1 es poden consultar les principals característiques de l'AscTec Hummingbird.

Onboard Computer	ARM7 (LPC2146)
Dimensions	540 x 540 x 85.5 mm
MTOW	0.71 kg
MPL	200 g
Autonomia	20 min (sense Payload)
Abast	4500 m ASL, 1000 m AGL
Velocitat màxima	15 m/s
Velocitat d'ascens	5 m/s
Empenta màxima	20 N
Comunicació inalàmbrica	2.4 GHz Xbee link, 10-63 mW
Sistema de guiat inercial	AscTec AutoPilot with 1000 HZ update rate
Modes de vol	GPS Mode, Height Mode, Manual Mode
Modes d'emergència	Direct Landing, Comehome straight, Comehome high
Bateria	3 cel·les en sèrie 11.1 V, capacitat de 2100 mAh (Liti Polímer)
Hèlix	8" de diàmetre (20,32 cm), flexible standard propellers PP-plastics
Telemetria	Xbee 2.4 GHz
Ràdio control	Futaba FAAST 2.4 GHz
Motors	AscTec X-BL 52s amb controladors X-BLDC
X-CSM	Estructura (braços) de fibra de carboni rígida - sandwich de fusta de balsa
X-CSM Core	Aleacions d'alumini i magnesi

Taula 1: Característiques de l'ATH

3.3.Hardware

En aquest apartat es descriuen tots els components físics que constitueixen l'AscTec Hummingbird en la seva configuració original. També es dona informació sobre el funcionament i constitució del control remot que permet que l'aeronau pugui ser pilotada des de terra.

3.3.1.Processadors

L'ATH disposa de dos processadors model ARM7 (LPC2146) [10], integrats en la placa de circuit imprès *Auto Pilot*, que realitzen totes les tasques de lectura de sensors, fusió de dades, comunicació amb l'exterior i control del quadrotor.

En concret els dos processadors de l'UAV són un processador de baix nivell (LLP) i un altre d'alt nivell (HLP):

- El LLP es comunica amb la resta de hardware de l'ATH: rep i processa les dades dels sensors, realitza el procés de fusió de dades, envia instruccions als controladors dels quatre motors i emmagatzema els controladors dissenyats pel fabricant: *Height Control mode* i *GPS mode* [11]. Es pot comunicar amb un PC extern i enviar-li les seves dades a través del programa AscTec AutoPilot Control Software.
- El HLP constitueix la part programable del quadrotor: permet a l'usuari integrar els seus algorismes de control i fusió de dades. A més rep les dades del GPS i les transmet al LLP. També pot rebre les dades de la resta dels sensors a través del LLP. La seva comunicació amb PCs externs és possible mitjançant AscTec Communication Interface (ACI) o l'AscTec Simulink Toolkit.

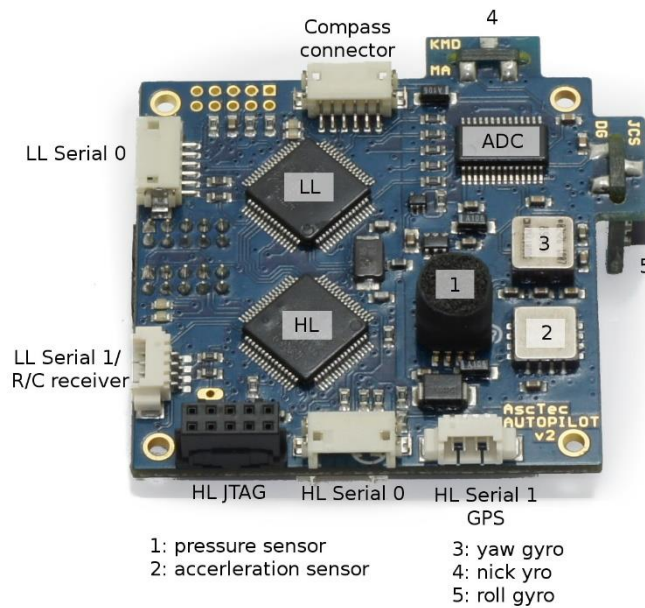


Figura 10: placa Auto Pilot de l'AscTec Hummingbird [10]

Els dos microprocessadors es comuniquen externament entre ells amb senyals d'alta freqüència (1000 Hz), amb la qual cosa el HL Processor té una bona disponibilitat de les dades dels sensors. Els algorismes de control integrats en el HL Processor poden ser enviats de tornada al LL Processor amb la mateixa freqüència.

En la Figura 11 es mostra l'esquema de transmissió de dades de la placa Autopilot i la seva freqüència d'actualització en funció de si la comunicació es fa via cable o a través dels mòduls de ràdio Xbee.

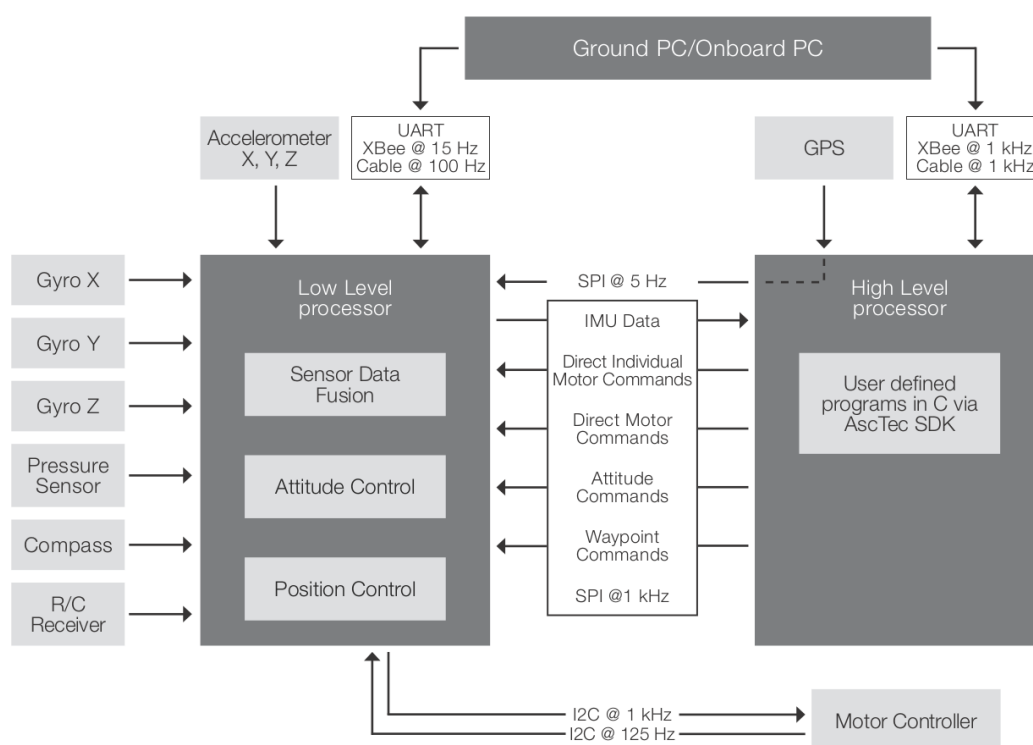


Figura 11: esquema de
funcionament de la placa Auto Pilot.
[10]

3.3.2.Sensors

L'ATH porta equipat un conjunt de sensors que són els encarregats de proporcionar-li les dades de posició i actitud necessàries per al seu bon funcionament, i que en permeten la seva controlabilitat.

A continuació s'enumeren els sensors de l'ATH, així com les seves respectives missions i localitzacions dins l'estructura del quadrotor:

- **Baròmetre (Freescale MPXA6115A):** és el sensor de pressió que ens proporciona les dades sobre l'alçada de vol de l'aeronau. Es troba situat en la placa AutoPilot.
- **Giròscops (Analog Devices ADXRS610):** muntats en la placa Autopilot, els tres giròscops dels que disposa l'ATH faciliten les dades sobre les velocitats angulars del quadrotor en eixos cos.

- **Acceleròmetre (Memsic R9500):** es tracta d'un acceleròmetre triaxial que mesura les 3 acceleracions lineals en eixos cos. El trobem en la placa AutoPilot.
- **Magnetòmetre (HMC5843):** L'AscTec 3D-MAG de tres eixos, mesura el camp magnètic de la Terra i dóna informació sobre la orientació de l'ATH, prenent com a referència el nord magnètic ($0 - 2\pi$ rad). Està integrat en el nucli de l'estructura.
- **GPS (ublox LEA-6):** el Sistema de Posicionament Global és l'encarregat de mesurar la posició absoluta del quadrotor i es troba situat sobre l'estructura X-CSM. Les dades d'aquest sensor es combinen amb les del sistema de navegació a estima (INS) de la IMU per tal d'obtenir estimacions més precises i evitar errors catastròfics en el cas que, durant el vol, es perdés la senyal GPS durant un cert període de temps.

Com s'ha comentat en l'apartat 3.3.1 les dades provinents d'aquests sensors es fusionen de forma automàtica en el LLP per tal d'eliminar o reduir al màxim els efectes de les possibles pertorbacions que afectin al quadrotor i a les lectures dels sensors, i aconseguir així senyals més netes i precises.

A continuació, en la Taula 2, es mostren totes les dades proporcionades pels sensors en el model onboard.m de matlab, proporcionat pel propi fabricant de l'UAV.

Senyal	Símbol	Unitats	Tipus de dada primitiva
Att_Euler_Phi_DataFusion	φ	rad	sfix16_En12
Att_Euler_Theta_DataFusion	ϑ	rad	sfix16_En12
Att_Euler_Psi_DataFusion	ψ	rad	sfix16_En12
Rot_x_Bodyframe	p	rad/s	sfix16_En10
Rot_y_Bodyframe	q	rad/s	sfix16_En10
Rot_z_Bodyframe	r	rad/s	sfix16_En10
Latitude_DataFusion	x_E	graus	sfix32_En24
Longitude_DataFusion	y_E	graus	sfix32_En24
Height_DataFusion	z_B	m	sfix16_En17
Speed_NS_DataFusion	\dot{x}_E	m/s	sfix16_En11

Speed_EW_DataFusion	\dot{y}_E	m/s	sfix16_En11
Heigh_dot_DataFusion	\dot{z}_B	m/s	sfix16_En11

*Taula 2:senyals dels sensors en el model
onboard.m de matlab proporcionat per AscTec*

La columna *Tipus de dada primitiva* de la Taula 2 fa referència al format de dades que envia el quadrotor, en aquest cas, sfix (de l'anglès *signed fixed point*) ens indica que es tracta de dades del tipus coma fixe. El número que apareix a continuació dóna informació sobre la longitud de la dada i el número que apareix al final, sobre la longitud de la part fraccionària de la mateixa.

És important conèixer el tipus de dada que estem tractant perquè s'haurà de tenir en compte en el disseny de l'algoritme d'estimació.

3.3.3.Mòduls de comunicació Xbee

Per comunicar-se entre un PC extern i la plataforma el fabricant proporciona tres mòduls Xbee de l'empresa Digi International, model Xbee-PRO 802.15.4 [12], cadascun amb una funcionalitat diferent:

- **Xbee UFO:** Tx/Rx connectat a la plataforma. Si es connecta al serial 0 del LLP permet l'ús del software AutoPilot Control i de l'AscTec Research Upgrade. Connectat al HLP permet l'ús de l'ACI (consultar apartat 3.5.2).
- **Xbee USB:** Tx/Rx connectat amb el Xbee UFO. Ha de ser programat prèviament amb el programa Mprog per al seu ús amb el Simulink Toolkit [13].
- **Xbee serial adaptor:** s'utilitza per a connectar el LLP/HLP directament amb el PC mitjançant un cable micro USB. Permet obtenir una major velocitat de transmissió de dades (Figura 11).

3.3.4. Control Remot

En la Figura 12 es mostra el sistema de ràdio control que el fabricant distribueix per al control remot del quadrotor. Es tracta del model Futaba 7C-2.4GHz [14].

Disposa de 7 canals diferents, cadascun amb la seva funció pròpia. Els més rellevants són els següents:

- **Canal 0:** control de pitch
- **Canal 1:** control de roll
- **Canal 2:** control de thrust
- **Canal 3:** control de yaw
- **Canal 4:** a través d'un interruptor situat a la part superior dreta, permet activar o desactivar el controlador descarregat en el processador d'alt nivell (HLP) a bord del quadrotor, descrit en l'apartat 3.3.1.
- **Canal 5:** s'activa amb l'interruptor situat a la part superior esquerra del control remot i permet seleccionar el mode de vol que volem activar. Podem escollir entre el mode de vol manual, el Height control mode, que activa un controlador en el processador de baix nivell (LLP) que controla l'alçada de vol, i el GPS mode, que permet un control més suau.



Figura 12: Control remot [40]

3.4. Sistemes de referència

És important identificar l'orientació del sistema de referència sota el qual treballa i proporciona les dades el quadrotor ATH, ja que s'haurà de tenir en compte a l'hora de dissenyar l'algoritme de fusió de dades. En la figura es mostren els eixos cos de l'AscTec Hummingbird. L'enganxina taronja identifica la part frontal de la plataforma.



Figura 13: sistema de referència de l'ATH [1]

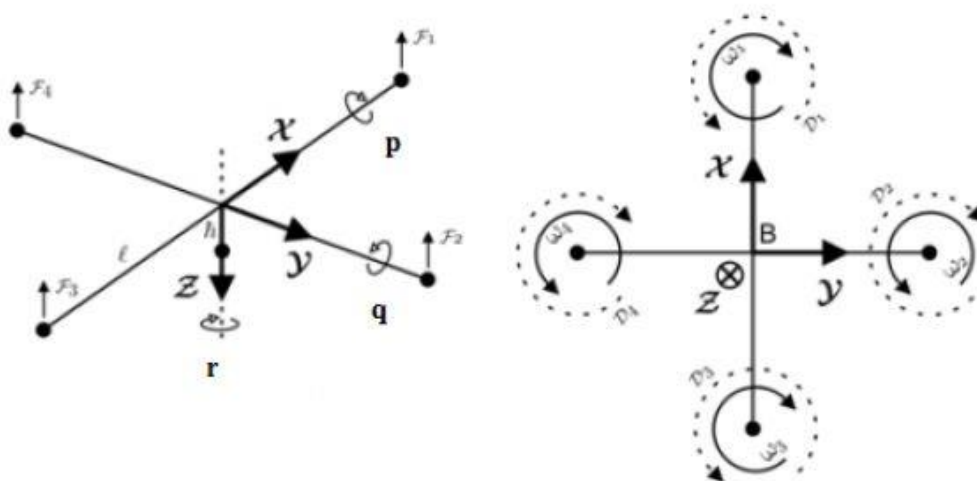


figura 14: eixos cos del quadrotor [1]



3.5. Software

Al tractar-se d'un vehicle orientat a la investigació i l'ensenyança, l'empresa AscTec posa a disposició de l'usuari un conjunt d'eines de llicència lliure que permeten integrar els programes dins de la nau i configurar missions automàtiques per al quadrotor.

3.5.1. Software de control

- **AutoPilot:** aquest programa utilitza el LL Processor per programar missions senzilles i enviar l'UAV a posicions determinades mitjançant imatges geogràfiques.

3.5.2. Eines de desenvolupament

- **AscTec SDK:** es tracta d'una eina de programació que et permet integrar els teus propis algoritmes de programació en el microprocessador d'abord de l'UAV.
- **AscTec Communication Interface (ACI):** és un mètode de comunicació entre el teu ordinador i l'UAV (software remot). Està dissenyat per demanar variables, enviar comandaments i fixar paràmetres de forma senzilla.
- **AscTec Simulink Toolkit:** el *Matlab Simulink* pot ser usat per programar el processador d'alt nivell. Per això s'ha desenvolupat aquesta eina que funciona en cooperació amb l'AscTec SDK.



4. Tecnologia RTK

4.1. Introducció

Com s'ha explicat en la introducció del projecte, una de les particularitats d'aquest estudi i que fa que tingui un grau de complexitat i interès més elevat, és el fet que equiparem el nostre quadrotor amb un receptor capaç de treballar amb la tecnologia GPS diferencial (DGPS) coneguda com a Real Time Kinematic (RTK), posicionament cinemàtic en temps real. Aquest sistema permet millorar la precisió de les senyals GPS i passar d'errors d'uns quants metres a pocs centímetres.

Però abans d'introduir-nos a fons en el món RTK i estudiar-ne el seu funcionament, és necessari tenir clar com treballen els Sistemes de Navegació per Satèl·lit (GNSS) i quins són els motius que generen les seves imprecisions.

En aquest capítol es farà una introducció al funcionament dels GNSS en general i a la tecnologia RTK en particular, per tal de tenir una millor comprensió del comportament del nostre receptor RTK i poder interpretar les seves dades de forma més adequada.

4.2. Sistemes de Navegació per Satèl·lit

Un Sistema de Navegació per Satèl·lit (GNSS) és un sistema compost per un conjunt de satèl·lits que proporcionen un posicionament geo-espacial de forma autònoma i continua, amb una cobertura global. Aquests sistemes permeten a petits aparells elèctrics (receptors) determinar la seva posició (longitud, latitud i altitud) amb una certa precisió, usant senyals de temps transmeses a través d'ones de ràdio des dels satèl·lits.

El seu funcionament s'explica a través del principi de la triangulació: el receptor rep l'efemèride (veure apartat 4.2.2.3) que li transmet un satèl·lit de la xarxa, amb les dades de posició i temps d'aquest satèl·lit. Les efemèrides són transmeses a la velocitat de la llum, amb la qual cosa és senzill calcular la distància entre el satèl·lit i el receptor, si es coneix el temps de viatge de la informació.

Per a calcular el temps de viatge, els receptors comparen una senyal pseudo aleatòria que és enviada pel satèl·lit, amb una còpia interna generada pel mateix aparell. Com que la senyal del satèl·lit tarda una estona en arribar al receptor, les

dues senyals no s'alineen de forma perfecta inicialment. Per a aconseguir la coincidència final es va aplicant un retràs a la senyal del receptor. Aquest retràs és el temps necessari per a que la senyal del satèl·lit arribi al receptor.

Un cop coneguda la distància, es construeix una esfera al voltant del satèl·lit, de radi la longitud entre el satèl·lit i el receptor, amb totes les possibles posicions on es podria trobar el receptor. Aquest procés es repeteix amb, com a mínim, tres satèl·lits més per a tal de descartar desdoblaments de posició i assegurar que la posició del receptor és la indicada pel sistema.

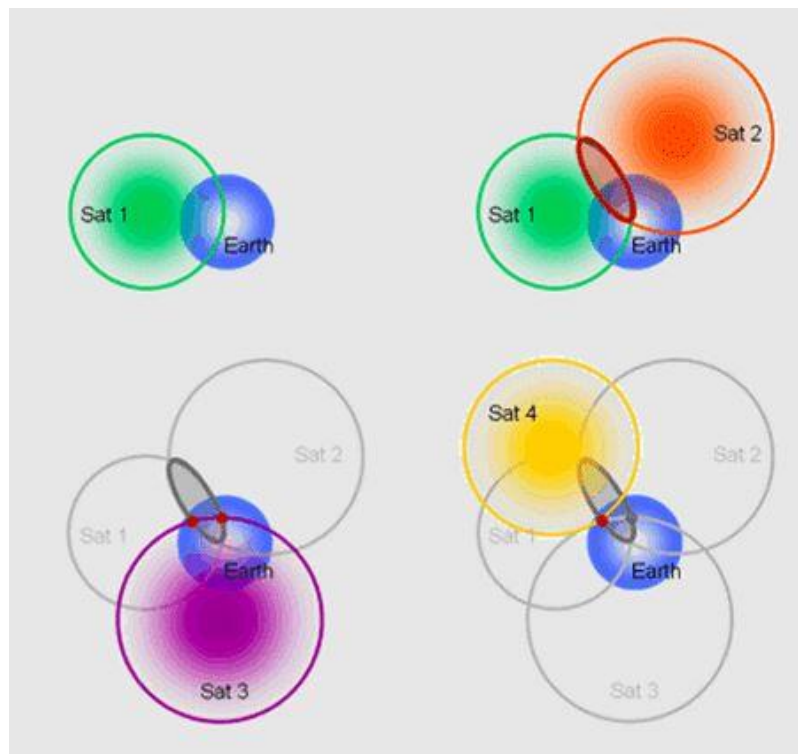


Figura 15: esquema del funcionament del GPS

És necessari destacar que els satèl·lits usen rellotges atòmics, molt més precisos que els rellotges convencionals que porten els receptors GNSS, i per això s'utilitza la senyal del quart satèl·lit per a corregir aquestes imprecisions tant com sigui possible, i aconseguir així una posició amb un marge d'error més acotat.

4.2.1.Xarxes GNSS

Des de l'aparició del concepte de la navegació per satèl·lit són diversos els països i agències espacials que s'han llençat a la recerca i desenvolupament d'aquesta tecnologia. Actualment podem distingir sis xarxes principals de navegació global:

- **GPS:** el sistema de Navegació per Satèl·lit dels Estats Units, GPS (de l'anglès Global Positioning System), està constituït per fins a 32 satèl·lits orbitant a 20180 km de la superfície terrestre, on el nombre total de satèl·lits varia a mesura que els aparells més vells són substituïts. Operacional des del 1978 i globalment accessible des del 1994, la xarxa GPS és actualment la xarxa més utilitzada a nivell global.
- **GLONASS:** l'inicialment soviètic i ara rus, *Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema* (GLObal Navigation Satellite System) o GLONASS, va sorgir com a xarxa totalment operacional l'any 1995. Amb 31 satèl·lits orbitant a 19130 km, va caure en l'oblit després de la desaparició de la Unió Soviètica, donant pas a l'aparició de buits en la cobertura i fent-lo accessible només parcialment. El sistema va ser recuperat i totalment restablert l'any 2011.
- **DORIS:** la *Doppler Orbitography and Radio-positioning Integrated by Satellite* (DORIS) és una xarxa de navegació de precisió francesa. Malgrat tot, al contrari d'altres sistemes GNSS, està basada en emissors estàtics situats a la superfície terrestre, amb els receptors situats en els satèl·lits, per tal de determinar la seva posició orbital amb precisió (també pot ser usada per receptors terrestres, amb unes prestacions i cobertura més limitades). Utilitzada comunament en combinació amb els sistemes GNSS tradicionals, augmenta la precisió de les mesures de posició fins a marges d'error de centímetres, per tal de construir un sistema geodèsic de referència molt més precís.
- **Galileo:** la Unió Europea i l'Agència Espacial Europea van acordar el Març de 2002 construir la seva pròpia xarxa GNSS com a alternativa al GPS, coneguda amb el nom de sistema de posicionament Galileo. Composta de 30 satèl·lits orbitant a 23222 km de la Terra, està pensada per a estar completament operativa l'any 2020. Un cop estigui en funcionament els receptors seran capaços de combinar les senyals GPS i Galileo, per tal d'obtenir precisions més altes.

- **BeiDou:** es tracta d'una xarxa de navegació regional xinesa, que ofereix cobertura a la zona del pacífic asiàtic. Actualment està constituïda per 16 satèl·lits orbitant a 21150 km, però està pensada per a ser ampliada a 35 satèl·lits i convertir-se així, en una xarxa de cobertura global.
- **IRNSS:** la *Indian Regional Navigational Satellite System* és un sistema de navegació per satèl·lit autònom i regional, desenvolupat per la Organització de Recerca Espacial India (ISRO), que estarà sota el control total del govern indi. La xarxa estarà composta de 7 satèl·lits orbitant en una òrbita geoestacionària (36000 km), per tal d'aconseguir una major cobertura amb el menor número possible de satèl·lits. El llançament de l'últim satèl·lit, que farà que el sistema sigui totalment operatiu, està programat per a mitjans de 2016.

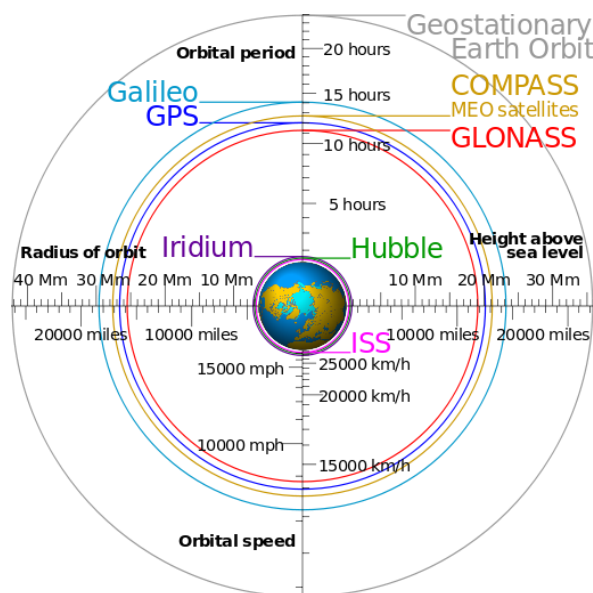


Figura 16: comparativa de les òrbites GPS, GLONASS i Galileo, amb altres òrbites de referència [41]

4.2.2.Senyal GNSS

Els satèl·lits GNSS transmeten de forma contínua informació per a la navegació en dues o més freqüències de la banda *L*. Aquesta informació ve inclosa en senyals de ràdio, de les quals en podem identificar tres components principals [15]:

- *Carrier*
- *Ranging Code*
- *Navigation Data*

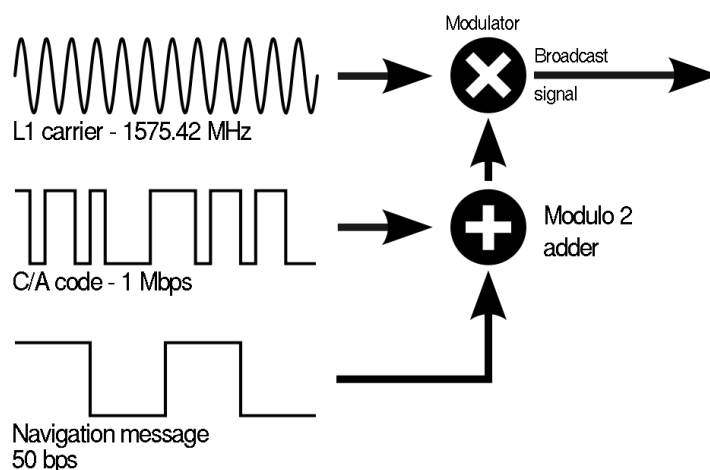


Figura 17: Composició de la senyal GNSS [15]

A continuació s'explica de manera detallada la funció de cadascun d'aquests components, per a tal de facilitar una millor comprensió de la informació rebuda i el funcionament del receptor GNSS usat en el projecte.

4.2.2.1.Carriers

En la indústria de les telecomunicacions els *carriers* o senyals portadores, són senyals, generalment sinusoidals, que es modulen amb altres senyals d'entrada, per tal de fer arribar la informació desitjada de forma adequada al receptor.

Les bandes de freqüència destinades a la *Radio Navigation Satellite Systems* (RNSS), que és l'organisme que s'encarrega de gestionar les senyals GNSS, varien segons sigui l'aplicació i la xarxa que s'estigui usant. En la Figura 18 es pot veure un petit resum de les bandes de freqüència destinades al GPS, GLONASS i Galileo:

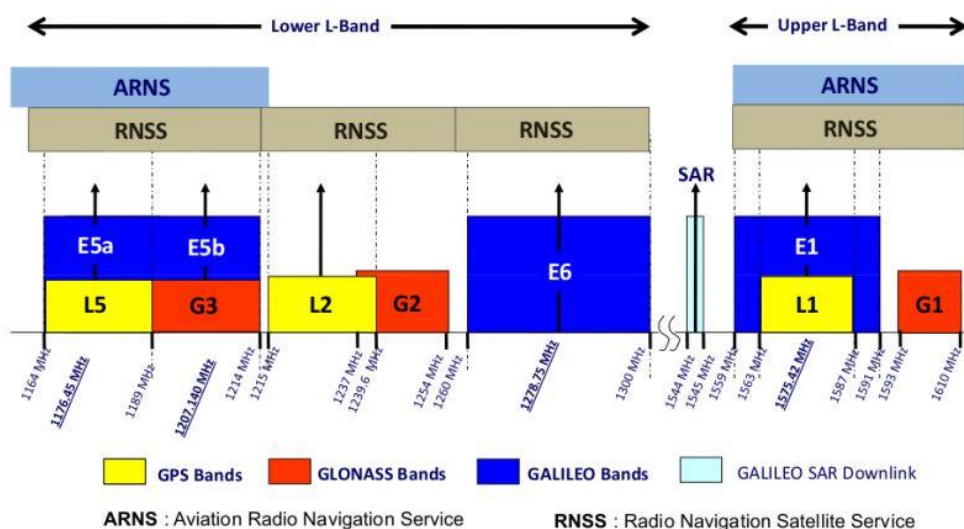


Figura 18: bandes de freqüència de les senyals GNSS [15]

Existeixen dues bandes destinades a la *Aeronautical Radio Navigation Services* (ARNS) que estan especialment pensades per a aplicacions de seguretat vital, ja que cap altre organisme o usuari pot accedir-hi. Aquestes freqüències es troben a la banda alta L (1559 – 1610 MHz) i a la part més lenta de la banda baixa L (1164 – 1214 MHz).

4.2.2.2. Ranging Code

El *ranging code* és una seqüència de 0s i 1s que s'envia des del transmissor (satèl·lit) i que s'utilitza per a conèixer el temps que tarda la senyal en arribar al receptor. Per tant, dóna una primera estimació de la distància que existeix entre emissor i receptor. Permet també identificar quin satèl·lit envia la informació.

Aquestes seqüències són conegudes també com a soroll pseudo-aleatori (PRN, de l'anglès Pseudo-Random Noise) o codis PRN, degut a la seva naturalesa semblant al soroll aleatori.

La senyal GNSS original conté dos *ranging codes*: el *Coarse/Acquisition* (C/A) *code*, que és d'accés públic, i el *Precision* (P) *code*, que és d'ús restringit i normalment reservat per a aplicacions militars.

- **Coarse/Adquisition Code:** el codi C/A és un codi PRN de 1023 bits de longitud. Cada satèl·lit transmet un C/A completament diferent, permetent al receptor rebre i interpretar diferents codis a la vegada.
- **Precision Code:** el codi *P* és també un codi PRN, però en aquest cas de 6.1871×10^{12} bits. La seva longitud i complexitat elimina qualsevol ambigüitat de rang que pogués aparèixer dins el sistema solar però, en molts casos, n'impossibilita la seva interpretació directa. És per això que habitualment els receptors se sincronitzen primer amb el codi C/A i, posteriorment, amb el *P*.

Com s'ha comentat aquest és un *ranging code* reservat per a ús militar i és per això que s'envia encriptat.

4.2.2.3.Navigation data

A part dels codis PRN el receptor necessita obtenir informació detallada sobre la posició de cada satèl·lit i l'estat de la xarxa. Aquesta informació s'envia a través de la *navigation data* integrada per tres components principals. La primera part conté informació sobre la data i el temps, així com de l'estat i la salut del satèl·lit. La segona conté la informació orbital, coneguda com a efemèride, i permet al receptor calcular la posició del satèl·lit. La última part, que rep el nom d'almanac, proporciona informació de tots els satèl·lits de la xarxa; les seves localitzacions i números PRN.

- **Efemèrides:** envien informació als receptors GNSS de on s'hauria de trobar el satèl·lit en cada moment del dia. Cada satèl·lit envia la seva pròpia efemèride, mostrant informació únicament vàlida per a aquell aparell. Com que la informació de les efemèrides ha de ser molt precisa, es considera obsoleta després de quatre hores.
- **Almanac:** descriu els cursos orbitals dels satèl·lits. Cada satèl·lit envia informació d'almanac per a cada satèl·lit de la xarxa. El receptor GNSS utilitza aquesta informació per a determinar quins satèl·lits estaran visibles en el seu camp de visió i concentrar-se únicament en aquests. Com que aquesta informació no és necessari que sigui tant precisa com la de les efemèrides, es considera vàlida fins a durant 180 dies.

4.2.3.Fonts d'error

De l'explicació del funcionament de les xarxes GNSS se'n poden extreure els diferents motius que generen les imprecisions d'aquests aparells i que en limiten el seu ús.

Les principals fonts d'error són les següents [16]:

1. **Retards deguts a la ionosfera i a la troposfera:** la senyal dels satèl·lits perd velocitat a mesura que creua l'atmosfera. Els sistemes GNSS utilitzen models interns que fan un càlcul del retràs mitjà acumulat, per tal de reduir parcialment aquest error.
2. **Senyal multiruta:** aquest fenomen té lloc quan la senyal GNSS és reflectida per objectes com edificis alts o grans superfícies rocoses, abans d'arribar al receptor GNSS. Això augmenta el temps de viatge de la senyal, generant imprecisions.
3. **Errors del rellotge del receptor:** la precisió dels rellotges dels receptors GNSS no és tant acurada com la dels rellotges atòmics dels satèl·lits, amb la qual cosa es produeixen lleus errors de sincronització.
4. **Errors d'orbitals:** també coneguts com a errors d'efemèrides, són inexactituds en la posició dels satèl·lits reportada.
5. **Nombre de satèl·lits visibles:** com més satèl·lits sigui capaç de localitzar el receptor GNSS, major serà la precisió de les mesures de posició.
6. **Bloqueig de la senyal:** els edificis, el relleu del terreny, interferències electròniques o, fins i tot, la presència de fullatge dens poden bloquejar la recepció de la senyal, causant errors de posicionament o la no recepció de dades de posició en els casos més extrems.
7. **Posició geomètrica relativa dels satèl·lits:** el posicionament ideal dels satèl·lits es produeix quan es troben posicionats de tal manera que es generin grans angles relatius entre ells. Una geometria pobre succeeix quan els satèl·lits estan agrupat, o formant una línia entre si.
8. **Degradament intencionat de la senyal:** la disponibilitat selectiva (SA) és un degradament intencionat de la senyal imposat per l'organisme regulador de la xarxa GNSS. L'SA està pensat per a evitar l'ús de precises senyals GNSS per part d'adversaris militars.

Totes aquestes fonts de distorsió són les que provoquen que la precisió mitja de les diferents xarxes GNSS sigui de l'ordre de pocs metres.

4.2.4. Sistemes d'augmentació GNSS

Per tal de minimitzar tant com sigui possible els errors de la senyal GNSS, existeixen una sèrie de sistemes d'augmentació que basen el seu funcionament en la integració d'informació externa en el procés de càlcul natural dels equips GNSS. Alguns dels sistemes aporten informació addicional sobre les fonts d'error (com la deriva del rellotge, les efemèrides o el retràs en la ionosfera), d'altres sobre quant de temps va estar inaccessible la senyal en el passat i una altra categoria proporciona dades extres sobre el cos que suporta el receptor.

Segons la localització del sistemes d'augmentació, en podem distingir dos grans subgrups:

- **SBAS:** de l'anglès *Satellite-based augmentation systems*, són sistemes que suporten augmentacions de senyals en àrees extenses o petites regions a través de l'ús de missatges addicionals proporcionats pels satèl·lits. Aquests sistemes estan compostos comunament de múltiples estacions de terra, que prenen mesures de un o més satèl·lits de la xarxa GNSS, de les senyals, o d'altres factors ambientals que poden afectar la senyal rebuda pels usuaris. Utilitzant aquestes mesures es generen missatges que s'envien a un o més satèl·lits per a ser transmesos als receptors finals.
- **GBAS:** de l'anglès *Ground-Based Augmentation Systems*, el seu funcionament és força similar al dels sistemes SBAS, però amb la diferència que en aquest cas els missatges són transmesos a través d'estacions terrestres. Això fa que generalment les xarxes GBAS siguin més localitzades, suportant receptors en un radi d'uns 50 km.

4.2.5. GNSS diferencial amb tecnologia RTK

Un dels sistemes GBAS més utilitzats és el GNSS diferencial (DGNSS). Aquesta tècnica basa el seu funcionament en dos principis:

- En una regió d'espai limitada, amb condicions meteorològiques favorables (cel net), els errors en el processament de la senyal GNSS són constants i iguals per a tots els receptors.
- El soroll de les mesures de la senyal portadora (*carrier*) és molt més petit que el de les mesures dels senyals pseudo aleatoris.

Una xarxa DGNSS està composta de diverses estacions de referència, cadascuna amb una posició totalment coneguda, un servidor que processa les dades, els satèl·lits GNSS convencionals i els receptors o rovers.

Les estacions de referència processen les dades rebudes dels satèl·lits i les envien als receptors, juntament amb la seva posició coneguda prèviament, per a que els rovers puguin aplicar les correccions convenients sobre la sincronització dels rellotges i el retràs de la senyal. A més, les estacions de referència mesuren també la fase de la senyal portadora (*carrier*) que reben en cada instant de temps i la comparen amb la fase de la senyal rebuda pels receptors. La diferència de fase permet als rovers calcular la seva posició relativa a les estacions de referència, obtenint així precisions de fins a pocs centímetres.

La Figura 19 mostra de forma esquemàtica com la diferència de fase entre l'estació de referència i el rover, permet obtenir la posició del receptor amb bastanta precisió.

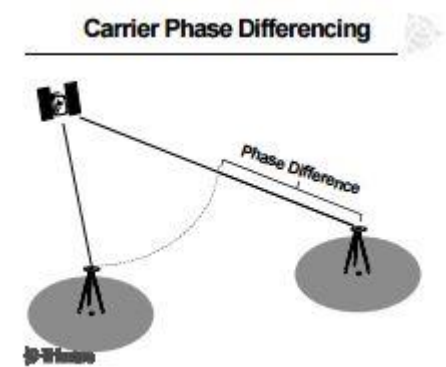


Figura 19: efecte de la diferència de fase [17]: la diferència de fase entre les senyals dels dos receptors permet saber quant més (o menys) temps ha de viatjar la senyal del rover i, determinar així, quant més lluny (o aprop) està del satèl·lit.

Segons el moment en que les dades són processades podem distingir dos tipus de sistemes DGNSS:

- **Real Time Kinematic (RTK):** el processament de les dades és produeix sobre el terreny en temps real.
- **Post Processing Kinematic (PPK):** les dades són enviades a servidors externs que les processen, per aplicar les correccions més tard.

Així doncs la tecnologia RTK permet obtenir correccions en temps real, assolint així precisions molt més elevades.

La Figura 20 mostra un esquema de l'arquitectura i el funcionament de les xarxes RTK.

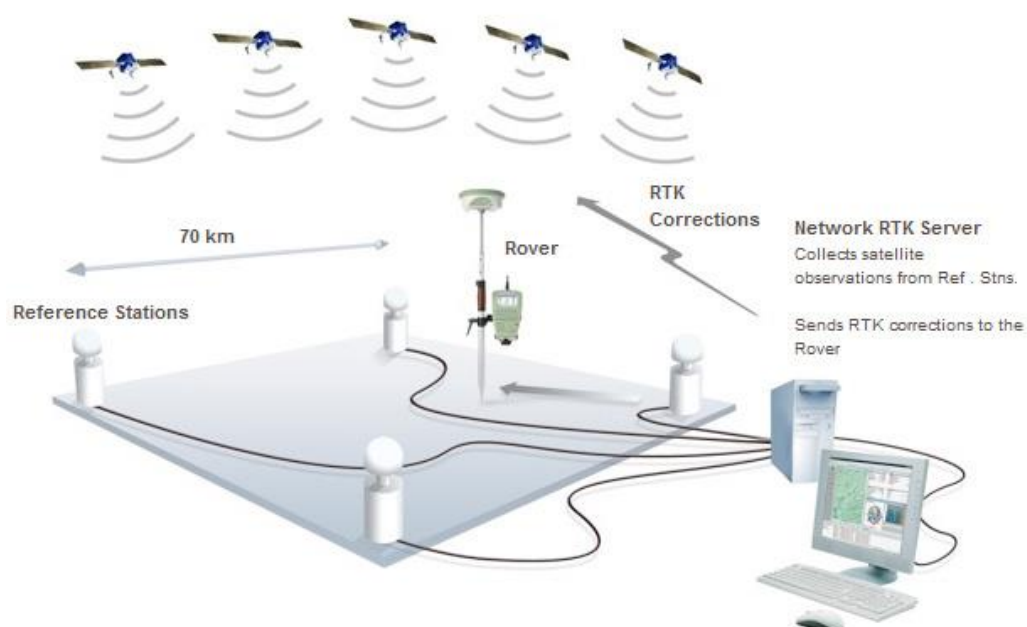


Figura 20: esquema del funcionament de la tecnologia RTK [17]: les xarxes RTK estan compostes dels satèl·lits GNSS, les estacions RTK de referència (envien les correccions al servidor central), el servidor RTK (processa les correccions i les envia al rover) i el rover

El principal desavantatge d'aquest sistema és la necessitat de disposar d'estacions de referència relativament a prop (uns 40 km) per a que pugui ser aplicada de forma satisfactòria.

5.AshTech MB100

En aquest estudi es substitueix el GPS que incorpora de sèrie l'AshTech Hummingbird per un GPS diferencial equipat amb la tecnologia de posicionament cinemàtic en temps real (RTK) de l'empresa AshTech, actualment una divisió de Trimble Integrated Technologies, l'MB100.

Podeu veure una explicació detallada del funcionament de la tecnologia RTK en l'apartat 4 .

La Figura 21 mostra la plataforma RTK usada:



Figura 21: AshTech MB100 [18]

Al llarg d'aquest capítol es descriuran els principals components de l'MB100, les seves funcions, els diferents modes de recepció de dades que admet i el programari que utilitza per al tractament de la informació.

5.1.Característiques

Les principals característiques que ens proporciona l'empresa que gestiona el producte i que ens són de més interès són les següents:

Característiques físiques:

- Dimensions (W x H x D): 58x56x11 mm
- Pes: 22 g

Característiques GNSS

- 45 canals:
 - GPS i GLONASS L1 C/A.
 - GPS L1/L2 P(Y)-codi, L2C, L1/L2 portador de longitud d'ona completa.
 - SBAS (WAAS / EGNOS / MSAS).
- Mesures de codi i fase totalment independents
- Mitigació d'efectes multi ruta avançada.
- Tecnologia *Z-Blade* per un comportament GNSS òptim.

Característiques operacionals

- Fins a 20 Hz de sortida de dades en brut i de posicionament per a GPS, GLONASS i SBAS en temps real.
- Sortida de subtrames de GPS, GLONASS i SBAS en temps real.
- Sortida d'efemèrides i almanac per a GPS, GLONASS i SBAS.
- Transmissió de dades de la ionosfera.
- Protocol de comunicació NMEA0183.
- Modes RTK base i rover.

Precisió

- **SBAS:**
 - <50 cm típica horitzontal
- **DGPS:**
 - <30 cm + 1ppm típica horitzontal
- **RTK en vol:**
 - 5 cm + 1ppm horitzontal (en vol estacionari).
- **RTK:**
 - Horitzontal: 1 cm + 1ppm.
 - Vertical: 2 cm + 1ppm

Característiques d'alimentació

- Entrada d'alimentació: +3.3V DC $\pm 10\%$
- Consum:
 - <0.8W en GPS L1
 - <0.95 en GPS L1/L2 o en GPS + GLONASS L1.
- Sortida d'alimentació per a les antenes: +5V DC ($\pm 10\%$), corrent màx 100mA, corrent mín 5mA.

5.2.Hardware

En aquest apartat es descriuen els components principals que configuren l'AshTech MB100 i que en permeten la seva funcionalitat, així com el Kit d'evaluació proporcionat per l'empresa que facilita l'entrada i sortida de dades, i el seu tractament.

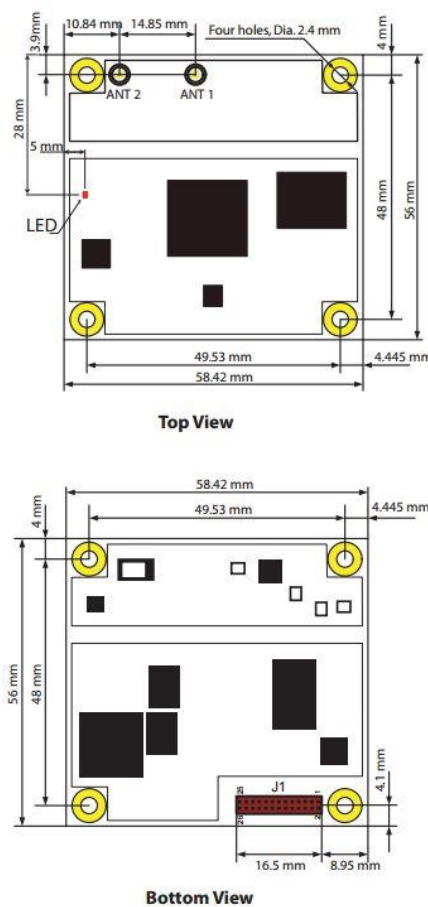


Figura 22: vista detallada de la placa
Ashtech MB100 [18]

En la Figura 22 es poden observar de forma detallada les dimensions i la localització dels diferents components de la placa AshTech MB100.

5.2.1. Antenes

El fabricant recomana diferents antenes, cadascuna amb unes prestacions pròpies, per al correcte funcionament del dispositiu RTK. En aquest projecte però s'ha utilitzat l'antena ASH-661.

La Figura 23 mostra l'aspecte extern de l'antena:



Figura 23: vista externa de l'antena ASH-661 [18]

L'antena GNSS ASH-661, del mateix fabricant que l'MB100, permet la recepció de dades GPS en els modes de freqüència L1, L2 i L5.

5.2.2. Kit d'avaluació

El kit d'avaluació és un equipament extra que l'empresa AshTech posa a disposició del consumidor i que està pensat per a facilitar la connexió del receptor GNSS amb dispositius externs i poder així, provar les aplicacions que l'usuari estigui dissenyant.

En la Figura 24 es pot apreciar un esquema de les dimensions i els components d'aquest equipament:

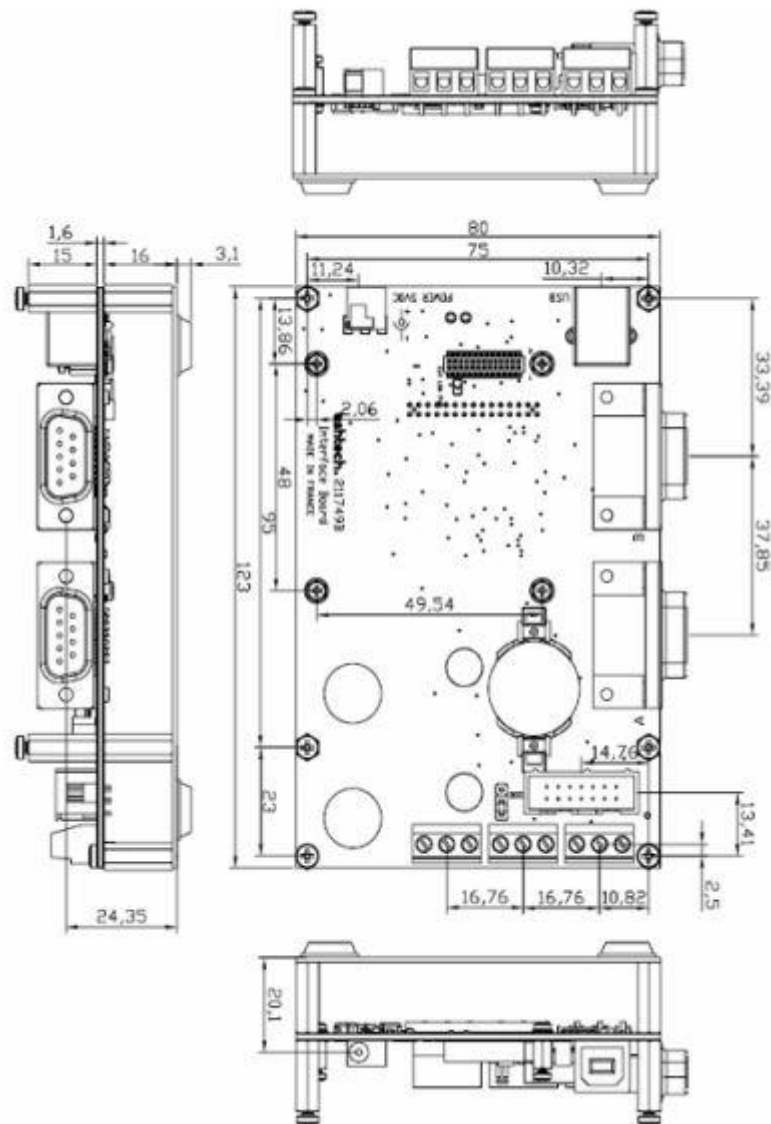


Figura 24: esquema i dimensions del kit d'evaluació [18]

El kit d'avaluació ofereix com a accessoris extres 3 connexions d'entrada i sortida de dades (2 ports RS-232 i un port USB), una placa de circuit imprès amb dos

adaptadors de cable per a antenes, una entrada d'alimentació de 5V DC i una carcassa de protecció.

Els dos ports RS-232 són del tipus 9-pin subD male i tenen la mateixa configuració de pins, que s'indica en la Taula 3 :

Pin	Signal
1	NC
2	RX to board
3	TX from board
4	Ground
5	Ground
6	NC
7	RTS from board
8	CTS to board
9	NC

Taula 3: pinout dels ports RS-232 [18]

El primer port transmet a una velocitat de 921.6 kbits/s mentre que el segon ho fa a 460.8 kbits/s.

El port USB és un port USB 2.0 estàndard amb un rati de transmissió de dades de 12 Mbits/s.

Pel que fa a les entrades d'antena com s'ha comentat, el kit aporta dues femelles MMCX per a cables coaxials.

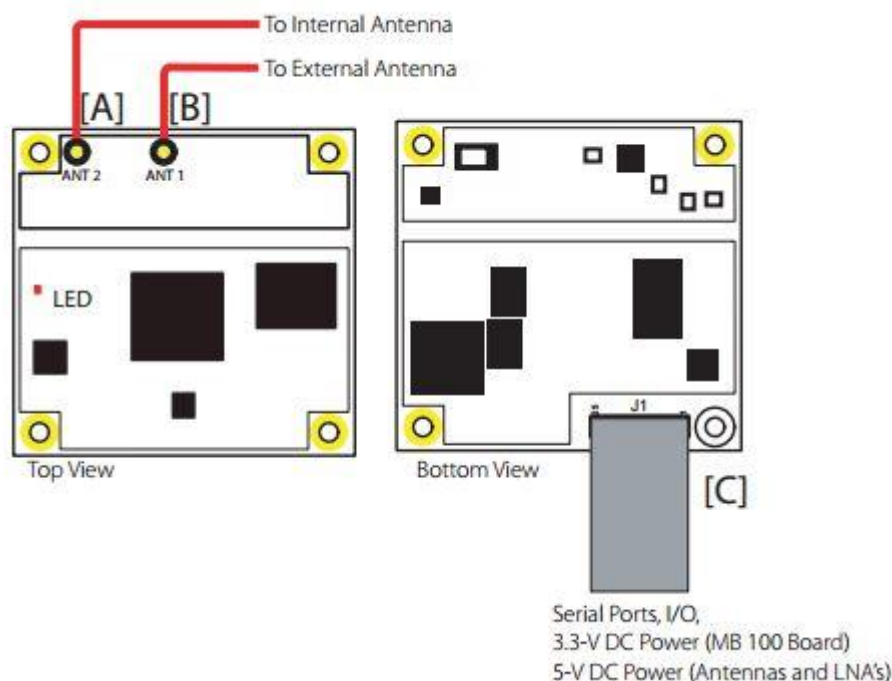


Figura 25: disposició dels adaptadors per a les antenes [18]

L'adaptador *ANT1* (Figura 25) està preparat per a rebre senyals L1/L2 GPS i senyals L1 GLONASS. Per la seva banda el connector *ANT2* només admet senyals GPS i GLONASS en el mode de freqüència L1.

5.3.Protocol de comunicació

En qualsevol sistema de comunicació és necessària l'existència d'un protocol, un conjunt de normes, que possibiliti l'intercanvi d'informació entre dos o més entitats de forma senzilla i accessible.

Actualment existeixen diversos protocols, cadascun amb les seves particularitats, però la plataforma AshTech MB100 utilitza un dels més reconeguts a nivell internacional: l'NMEA0183.

5.3.1.NMEA0183

L'Associació Nacional d'Electrònica Marina (NMEA) és una associació sense ànim de lucre composta de fabricants, distribuïdors, empresaris, institucions educatives

i altres organismes interessats en l'electrònica marina. L'NMEA0183 és el nom de l'estàndard de comunicació desenvolupat per aquesta associació, que defineix l'interfaç elèctrica i el protocol de dades per comunicacions entre instrumentació marina.

Els dispositius NMEA0183 estan dissenyats per ser comunicadors (*talkers*), receptors (*listeners*) o els dos a la vegada. La interfaç elèctrica del protocol és capaç de suportar un únic comunicador i diversos receptors a la vegada.

5.3.1.1. Format general de les sentències

Totes les dades són transmeses en forma de sentències. Només s'admeten caràcters ASCII, més CR (*carriage return*) i LF (*line feed*). Cada sentència s'inicia amb el símbol \$ i acaba amb <CR><LF>. Es poden distingir tres tipus bàsics de sentències: *talker sentences*, *proprietary sentences* i *query sentences*.

- **Talker sentences:** el format general per a les sentències dels comunicadors és:

$$\text{\$tsssd1,d2,...<CR><LF>}$$

Les dues primeres lletres que segueixen l'\$ són l'identificador del comunicador. Els següents tres caràcters (sss) són l'identificador de la sentència, seguits per un número de camps de dades separats per comes, seguits per un *checksum* opcional i acabats amb el *carriage return/line feed*.

Cada sentència pot contenir fins a 80 caràcters. Si les dades d'un camp no estan disponibles, s'ometen, però les comes que el delimiten són enviades igualment, sense espai entre elles.

- **Proprietary sentences:** el protocol permet als fabricants definir els seus propis formats de sentències. Aquests missatges comencen amb \$P, seguits de tres lletres amb l'identificador del fabricant i de qualsevol informació que el fabricant desitgi, seguint el format general de les sentències estàndard.
- **Query sentences:** aquestes sentències són la manera que té el receptor de reclamar alguna informació en particular al comunicador. El format general és:

$$\text{\$tllIQ,sss, [CR] [LF]}$$

Els dos primers caràcters del missatge són l'identificador del receptor que demana la informació, i els dos següents, els del receptor que l'ha d'enviar. Els cinquè caràcter és sempre una Q, mostrant que la sentència és del tipus *query*. Les tres lletres que segueixen (sss) mostren el tipus de sentència que s'està reclamant.

5.3.1.2. Sentències d'interès

A continuació es fa un resum de l'arquitectura de les sentències que ens seran de més utilitat a l'hora de determinar la posició del nostre UAV.

ALM - Dades d'almanac

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

```
$--ALM,x.x,x.x,xx,x.x,hh,hhh,hh,hhh,hhh,hhhhh,hhhhh,hhhhh,hhhhh,hhh,hhh,*hh
```

- 1) Total number of messages
- 2) Message Number
- 3) Satellite PRN number (01 to 32)
- 4) GPS Week Number: Date and time in GPS is computed as number of weeks from 6 January 1980 plus number of seconds into the week.
- 5) SV health, bits 17-24 of each almanac page
- 6) Eccentricity
- 7) Almanac Reference Time
- 8) Inclination Angle
- 9) Rate of Right Ascension
- 10) Root of semi-major axis
- 11) Argument of perigee
- 12) Longitude of ascension node
- 13) Mean anomaly
- 14) F0 Clock Parameter
- 15) F1 Clock Parameter
- 16) Checksum

GSV - Satèl·lits visibles

1	2	3	4	5	6	7	n

```
$--GSV,x,x,x,x,x,x,x,...*hh
```

- 1) total number of messages
- 2) message number
- 3) satellites in view
- 4) satellite number
- 5) elevation in degrees
- 6) azimuth in degrees to true
- 7) SNR in dB
- more satellite infos like 4)-7)
- n) Checksum

GGA – Dades GNSS. Temps, posició i altres dades relacionades

```

      1      2      3 4      5 6 7 8 9 10 | 11 12 13 14 15
      |      |      | |      | | | | | | | | | |
$--GGA,hhmmss.ss,llll.ll,a,yyyy.yy,a,x,xx,x.x,x.x,M,x.x,M,x.x,xxxx*hh

```

- 1) Time (UTC)
- 2) Latitude
- 3) N or S (North or South)
- 4) Longitude
- 5) E or W (East or West)
- 6) GPS Quality Indicator,
0 - fix not available,
1 - GPS fix,
2 - Differential GPS fix
- 7) Number of satellites in view, 00 - 12
- 8) Horizontal Dilution of precision
- 9) Antenna Altitude above/below mean-sea-level (geoid)
- 10) Units of antenna altitude, meters
- 11) Geoidal separation, the difference between the WGS-84 earth ellipsoid and mean-sea-level (geoid), "-" means mean-sea-level below ellipsoid
- 12) Units of geoidal separation, meters
- 13) Age of differential GPS data, time in seconds since last SC104 type 1 or 9 update, null field when DGPS is not used
- 14) Differential reference station ID, 0000-1023
- 15) Checksum



6. Geometria terrestre

La lectura i representació de les dades de posició comporten una complexitat que moltes vegades és desconeguda pels usuaris. És per això que es dedica aquest capítol a la interpretació del datum i la geometria terrestre, que ens permetrà construir un algoritme de lectura de dades posicionals, amb unes bases molt més fermes (veure capítol 8.4.2).

6.1. El geoide

Es defineix el geoide com a la superfície teòrica de la Terra que uneix tots els punts d'igual gravetat. Aquesta forma es construeix obviant totes les pertorbacions exteriors – atracció de la Lluna (marees) i les interaccions amb tot el sistema solar – i considerant els oceans en calma.

Lluny del que es podria pensar, aquesta superfície no és uniforme, sinó que presenta una sèrie d'irregularitats, causades per la diferent composició mineral de l'interior de la Terra i per les seves diferents densitats; el que implica que per a cada punt del geoide existeix una distància diferent al centre de la Terra.

La Figura 26 mostra una representació teòrica de la superposició del geoide i la superfície terrestre;

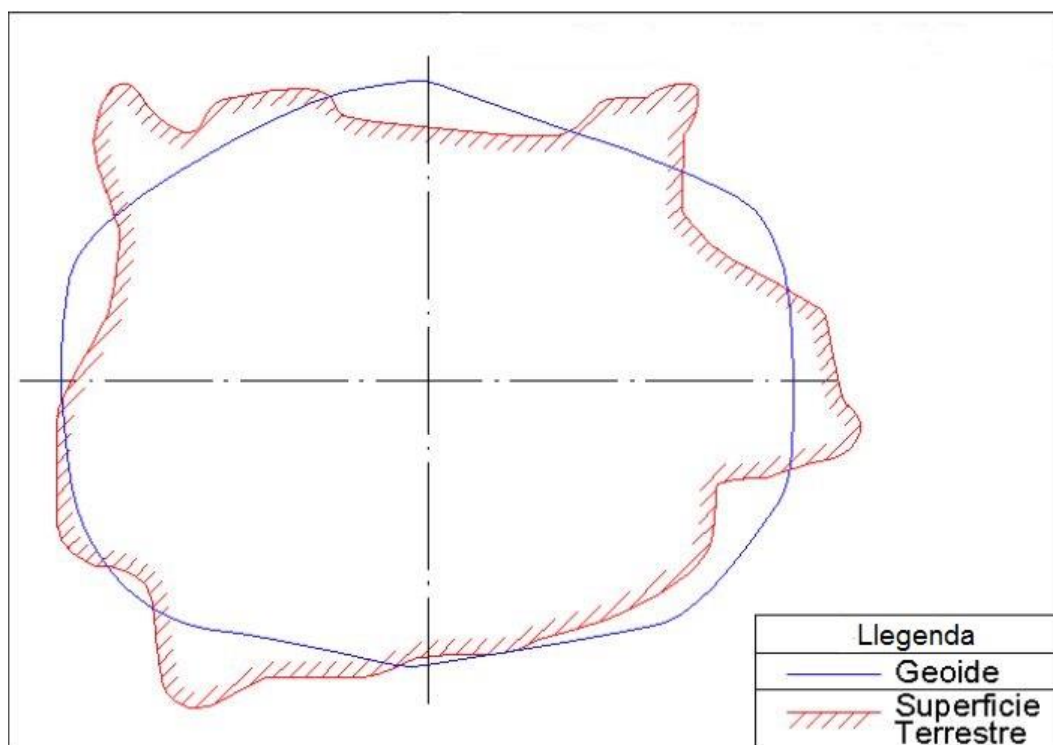


Figura 26: superposició geoide-superfície terrestre [19]

6.2.L'el·lipsoide

Com és conegut per tothom la Terra no és rodona i la seva imatge s'assembla a la d'una esfera aixafada pels pols, amb la qual cosa no existeix una figura geomètrica que representi a la perfecció la seva forma, degut fonamentalment a les irregularitats existents.

Malgrat tot s'ha trobat un model matemàtic que constitueix una solució de compromís i permet representar amb certes garanties la geometria terrestre. Aquest model és l'el·lipsoide – el resultat de revolucionar una el·lipse sobre el seu semieix major – i les seves característiques geomètriques poden variar, segons sigui la zona a cartografiar, ja que les irregularitats de la Terra no són simètriques i canvien per als diferents punts de l'escorça.

En la Figura 27 es pot observar una superposició teòrica d'un el·lipsoide de referència i la superfície terrestre:

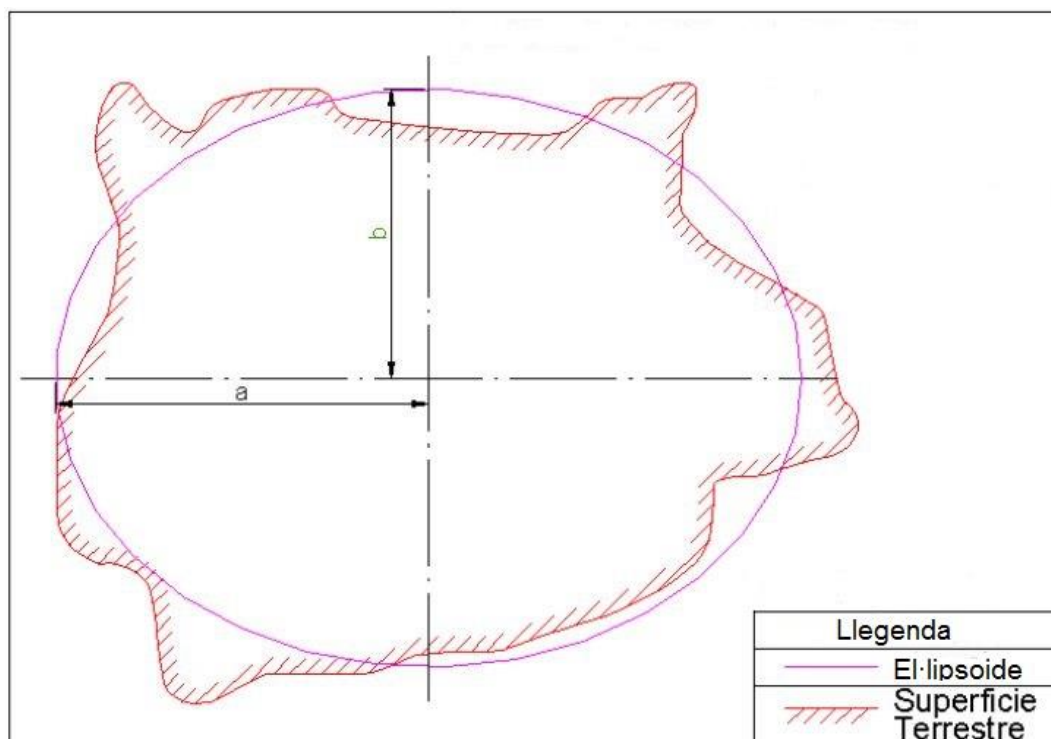


Figura 27: superposició el·lipsoide-superfície terrestre [19]

Les principals característiques que defineixen la geometria de l'el·lipsoide són:

- Semieix major (a)
- Semieix menor (b)
- Aixafament ($1/f = 1 - (b/a)$)

6.3.Comparativa el·lipsoide – geoide

La desigual distribució de la gravetat superficial i la presència de pertorbacions locals, provoca que existeixin zones en les que l'el·lipsoide queda per sobre del geoide i al revés.

Aquestes diferències gravitatòries són generades per la canviament composició terrestre i la presència d'una gran massa d'aigua als oceans, que causa una menor atracció gravitatòria fent que, per norma general, l'el·lipsoide quedi per sobre en les zones oceàniques i el geoide en les zones continentals (veure Figura 28).

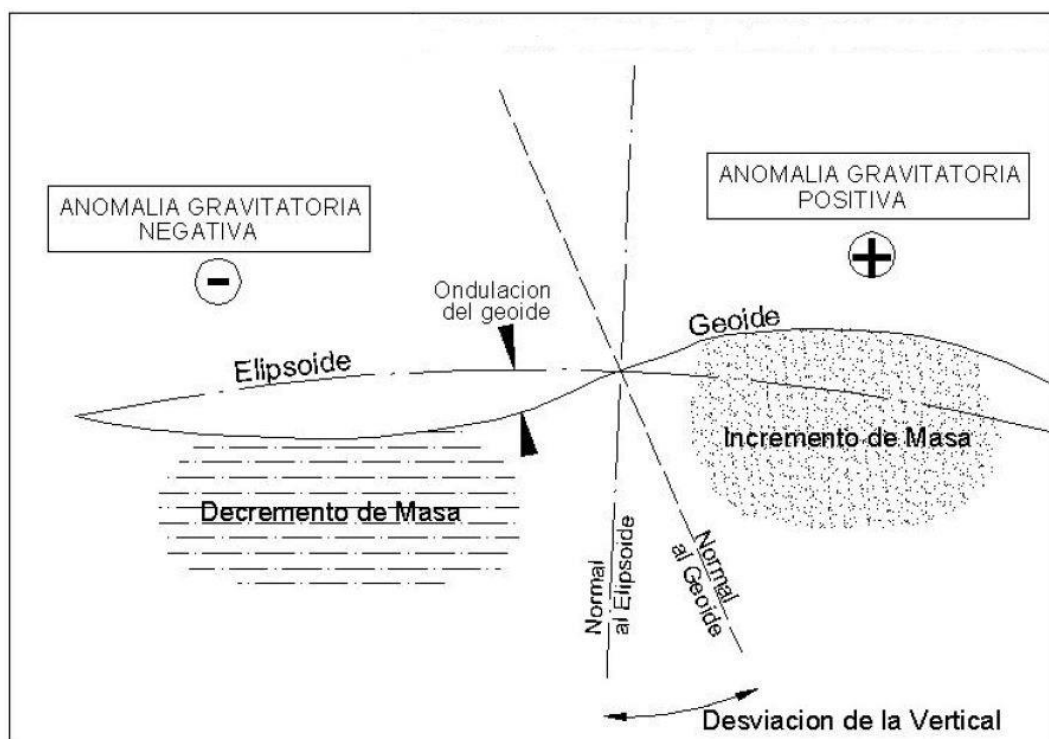


Figura 28: efecte de la composició terrestre sobre el geoide [19]

6.4.El Datum

Es defineix el Datum com el punt on l'el·lipsoide i el geoide són tangents. Els Datums geodèsics s'utilitzen per a establir un origen i la situació d'un sistema de coordenades vàlid per a una determinada zona de la Terra, no extrapolable a tota la superfície terrestre.

Cada Datum consta de:

- Un el·lipsoide de referència definit per els paràmetres a , b i l'aixafament.
- Un punt conegut com a fonamental, en el qual l'el·lipsoide i la superfície real de la Terra són tangents.

A l'hora de definir doncs les coordenades d'un determinat punt és necessari donar el Datum i l'el·lipsoide de referència utilitzats, ja que poden existir diferències entre les mesures segons sigui la combinació utilitzada. A més el coneixement d'aquestes dades ens permetrà canviar el sistema de representació utilitzat (3D o 2D).

Com exemple la xarxa GPS utilitza el Datum i l'el·lipsoide de referència WGS 84. Que modelitza la Terra de tal manera que pot ser utilitzat de forma global, sense grans desviacions.

6.5. Coordenades geogràfiques

L'origen de mesura de les coordenades geogràfiques pot coincidir o no amb el centre de masses de la Terra, generant-se així dos tipus de coordenades geogràfiques diferents:

- **Coordenades geodèsiques:** aquelles que estan referides a l'el·lipsoide.
- **Coordenades geocèntriques:** definides respecte al centre de gravetat de la Terra; (x,y,z) o (λ,ω,h) .

La principal diferència entre les dues es troba en la medició de la latitud. Les coordenades geodèsiques mesuren la latitud traçant la normal a l'el·lipsoide de referència, mentre que les geocèntriques ho fan unint el punt objecte amb el centre de la Terra (Figura 29).

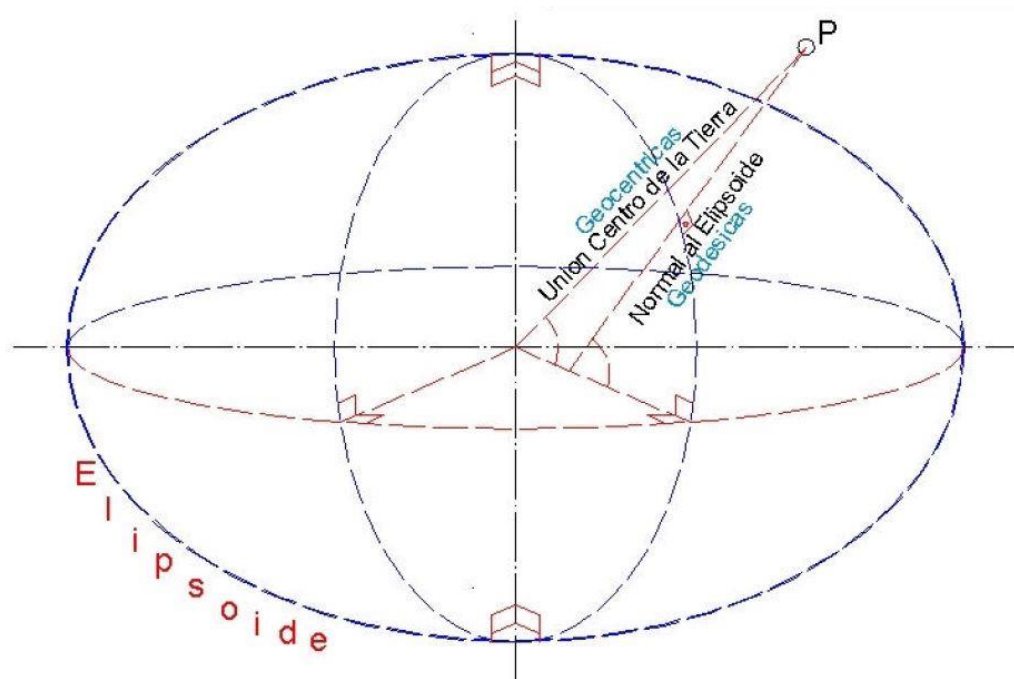


Figura 29: coordenades geocèntriques i geodèsiques [19]

Com a norma general les coordenades geocèntriques s'expressen en format xyz, mentre que les geodèsiques ho fan per mitjà de la latitud, longitud i alçada (λ,ω,h) .

Malgrat tot aquesta norma no sempre es compleix. Per exemple l'el·lipsoide WGS 84, que serveix de referència a la constel·lació GPS, és un el·lipsoide que pren el seu origen en el centre de la Terra i, per tant, tot i que les seves coordenades s'expressen en format de latitud, longitud i alçada, són geocèntriques.

Pel que fa a l'alçada també existeixen diferents maneres d'expressar-la, segons la referència que es prengui; així doncs parlem d'altitud quan la referència és la superfície de l'el·lipsoide i de cota quan ho és el nivell mitjà del mar. Aquestes dues alçades es denoten de la següent manera:

- **HAE:** alçada sobre l'el·lipsoide (*Height Above Ellipsoid*)
- **HMM:** alçada sobre el nivell del mar (*MSL Height*)

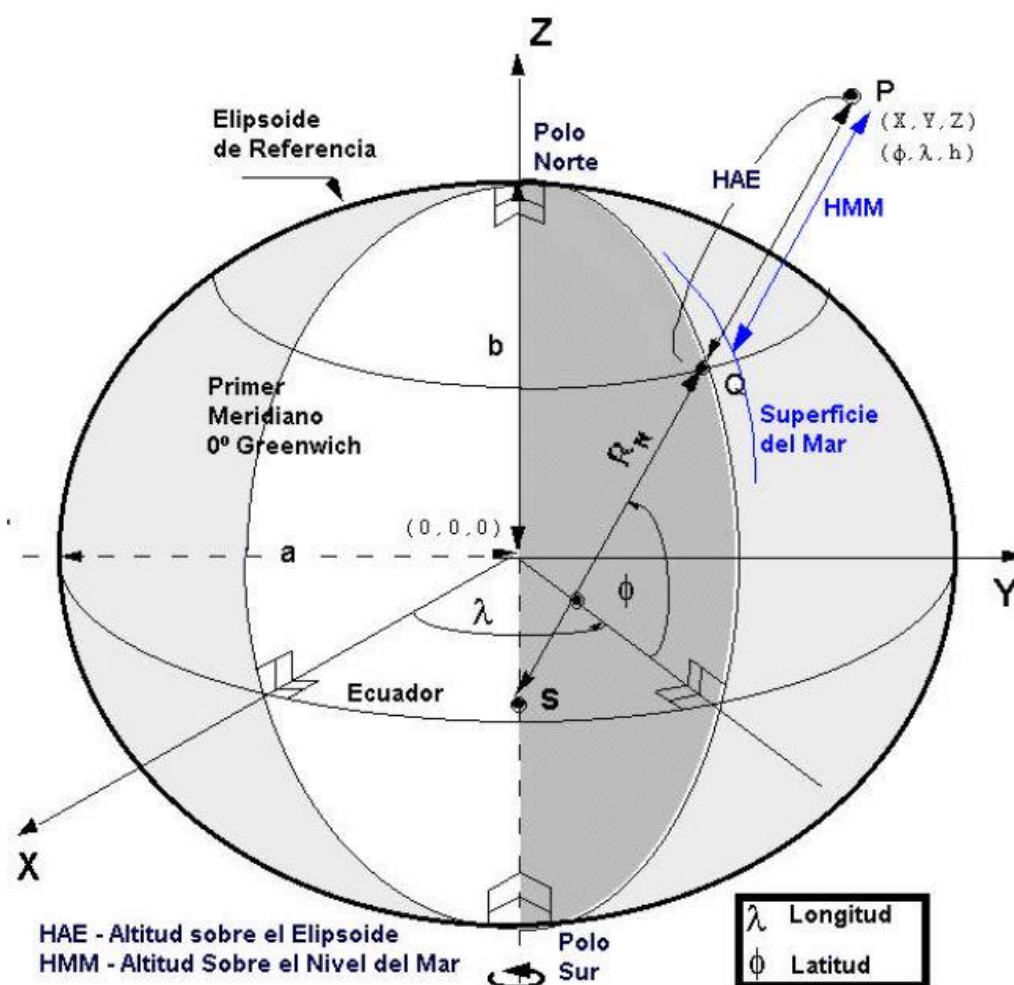


Figura 30: representació de HAE i HMM [19]

7. Observadors d'estat

7.1. Introducció

Els sistemes de control actuals permeten regular una enorme quantitat de màquines, productes i processos diferents. Aquests sistemes estan basats en les mesures dels sensors, que els proporcionen les dades necessàries per al seu bon funcionament. Tanmateix els sensors presenten certs defectes o desavantatges que, en alguns casos, poden suposar la impossibilitat de realitzar un bon control.

Actualment podem distingir, com a mínim, quatre problemes relacionats directament amb l'ús de sensors:

- El preu: el cost dels sensors pot augmentar substancialment el preu total del sistema de control, fins a l'extrem que en molts casos, el cost dels sensors i tot el cablejat que requereixen pot suposar la despesa més important del sistema.
- Inviabilitat a l'hora de mesurar certes senyals: . alguns dels objectes mesurats pot ser que siguin inaccessibles degut a entorns hostils o a moviments relatius entre el sensor i el controlador.
- Errors: en general els sensors solen portar alguns defectes associats al seu ús, com l'adició de soroll estocàstic, errors cíclics i freqüències de mostreig limitades.

És per això que la necessitat de buscar alternatives que complementin la utilització dels sensors s'ha convertit en una prioritat. Els observadors o estimadors d'estat ofereixen una solució a aquesta necessitat i, a més, requereixen d'una programació relativament senzilla un cop s'ha entès el seu funcionament.

En teoria de control, un observador d'estats és un algorisme que ens permet estimar els estats interns d'un sistema real, a partir de mesures de l'entrada i la sortida del mateix sistema.

El seu funcionament consisteix bàsicament en fer una còpia linealitzada del sistema en espai d'estats, a la qual sí que se li puguin mesurar de forma directa els estats interns. Sembla doncs evident que si alimentéssim els dos sistemes (el real i la còpia) amb la mateixa entrada la sortida hauria de ser idèntica, però això no és així ja que el model mai serà un clon perfecte (és impossible conèixer al 100% les matrius A , B i C que defineixen el comportament del model real) i perquè

les mesures del sistema original vindran contaminades per soroll. Per corregir-ho es realimenta el model de l'observador amb la diferència entre les sortides dels dos sistemes multiplicada per un guany. D'aquesta manera s'aconsegueix modificar la dinàmica de l'observador de manera que sigui capaç d'estimar l'estat del sistema original en un temps arbitràriament petit.

En la Figura 31 es pot observar un petit esquema que mostra de forma més gràfica el funcionament de l'observador explicat anteriorment.

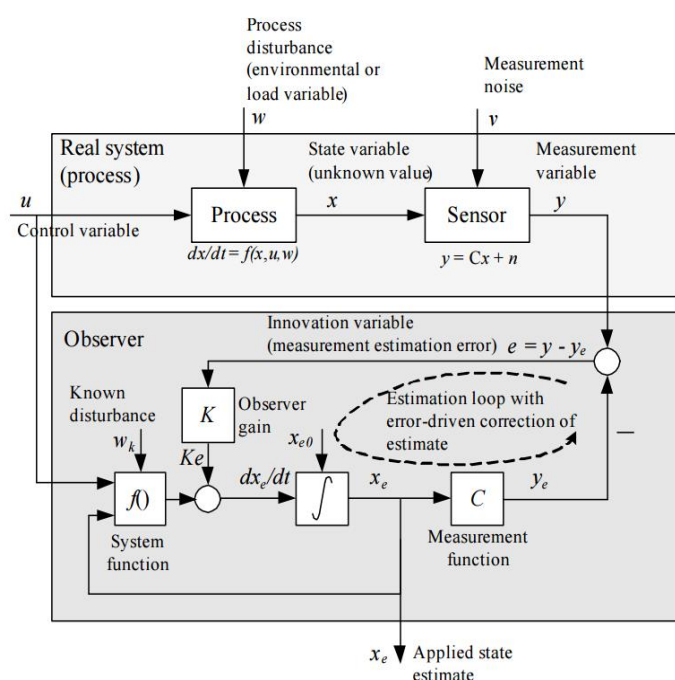


Figura 31: esquema bàsic del funcionament d'un observador [20]

La descripció rigorosament matemàtica del seu funcionament és la que segueix:

Donat el sistema lineal, invariant, discret original:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (1)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (2)$$

on, per a l'instant k , x representa el vector d'estats, u la senyal d'entrada, y el vector de sortida, A la matriu d'estats, B la matriu d'entrada, C la matriu de sortida i D la matriu de transmissió directa.

Les equacions que descriurien el model de l'estimador serien les mateixes, però tenint en compte que en aquest cas els estats són una estimació:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) \quad (3)$$

$$\hat{y}(k) = C\hat{x}(k) + Du(k) \quad (4)$$

on el barret significa que es tracta d'una estimació.

l'error d'estimació d'estat serà:

$$d(k) = x(k) - \hat{x}(k) \quad (5)$$

i l'error a la sortida de l'observador està donat per:

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) = Cd(k) \quad (6)$$

podem alimentar l'observador amb la següent entrada modificada:

$$\hat{u}(k) = u(k) + Le(k) = u(k) + LCd(k) \quad (7)$$

obtenint l'equació de transició d'estats per a l'observador que segueix:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + B \cdot [u(k) + LCd(k)] \quad (8)$$

si restem les dues equacions d'estimació d'estat:

$$\begin{aligned} x(k+1) - \hat{x}(k+1) &= \\ = d(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) - A\hat{x}(k) - B \cdot [u(k) + LCd(k)] \end{aligned} \quad (9)$$

d'on:

$$d(k+1) = [A - LC] \cdot d(k) \quad (10)$$

De l'última equació es pot deduir fàcilment que podrem controlar la dinàmica de l'error modificant el valor del guany L , per tal que s'estabilitzi en un valor el més proper al zero possible. El càlcul d'aquest guany L pot seguir diferents criteris o metodologies, que ens permetran obtenir estimadors més o menys ràpids, que ens

filtrin el soroll del sistema o que, fins i tot, actuïn de forma adequada amb sistemes no lineals.

Així doncs, segons la metodologia que usem en el càlcul d' L , podrem distingir entre l'observador de Luenberger, el filtre de Kalman o el filtre estès de Kalman.

7.2.Observabilitat de sistemes en temps discret

Una condició necessària per al bon funcionament dels filtres i els observadors és que el sistema del qual s'estan intentant estimar els estats ha de ser observable. És per això que abans d'aplicar qualsevol algoritme d'estimació, és necessari revisar que el sistema sigui observable.

L'observabilitat d'un sistema en temps discret pot ser definida de la següent manera [21], [22]:

El sistema en temps discret

$$x(k+1) = Ax(k) + B\mu(k) \quad (11)$$

$$y(k) = Cx(k) + D\mu(k) \quad (12)$$

és observable si hi ha un nombre finit d'instants de temps k , tal que un coneixement de la seqüència d'entrada $u(0), \dots, u(k-1)$ i la seqüència de sortida $y(0), \dots, y(k-1)$, és suficient per a determinar l'estat inicial del sistema $x(0)$.

És possible derivar un criteri que ens permeti saber de forma ràpida si un sistema compleix la condició d'observabilitat. Ja que la influència de la entrada u sobre x és coneguda a través del model, per simplicitat suposarem que $u(k)=0$. Del model (1) – (2) obtenim:

$$y(0) = Cx(0) \quad (13)$$

$$y(1) = Cx(1) = CAx(0) \quad (14)$$

$$y(n-1) = CA^{n-1}x(0) \quad (15)$$

Que es pot expressar de forma compacta com:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}}_{M_{\text{obs}}} x(0) = \underbrace{\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(n-1) \end{bmatrix}}_y \quad (16)$$

L'expressió (16) té una única solució si el rang de la matriu d'observabilitat (M_{obs}) és igual a n .

Per tant podem definir el criteri d'observabilitat de la següent manera:

El sistema (1) – (2) serà observable si, i només si, el rang de la matriu d'observabilitat és igual a n , on n és l'ordre del sistema a observar.

El rang es pot comprovar fent el determinant de la M_{obs} . Si el determinant és diferent de zero, el rang de la matriu és complet i, per tant, el sistema és observable. En cas contrari el sistema no pot ser observat.

7.3.Observadors de Luenberger

L'observador o estimador de Luenberger, que rep aquest nom pel seu creador, David G. Luenberger, és l'estimador més senzill i que requereix menys potència de càlcul. Aquesta simplicitat però, es paga també amb certes limitacions, ja que aquest observador no funciona de forma òptima amb sistemes no lineals o contaminats per soroll.

El càlcul de la matriu de guany L es basa en el posicionament manual de pols, és a dir, és el mateix dissenyador el qui decideix on situar els pols de l'observador per tal que el sistema sigui més o menys ràpid, o tingui un estat transitori més o menys abrupte.

Així doncs un cop coneguts els pols del sistema real (els autovalors de la matriu A), es tracta de situar-los en diferents posicions del semiplà esquerre (en el cas de temps continu) i fer-los coincidir amb els pols de l'observador (els autovalors de la matriu $A-LC$). Segons siguin els valors dels nous pols, obtindrem diferents coeficients per a la matriu L i, per tant, diferents característiques d'estimació.

El criteri bàsic que afecta al posicionament dels pols i que ens pot ajudar a decidir on situar-los és el següent: quan més a l'esquerra del semiplà negatiu situem els pols, més ràpida serà l'estimació, però més gran l'error en l'estat transitori, en el cas en que no coneguem de forma exacte les entrades del sistema en l'estat inicial.

7.4.Filtre de Kalman

L'algoritme del filtre de Kalman va ser desenvolupat als voltants de l'any 1960 per Rudolf E. Kalman. Existeix una versió d'aquest filtre per a sistemes en temps continu i diverses variants per a sistemes en temps discret. En aquesta secció és desenvoluparà la versió de *predicció-correcció* del filtre de Kalman, ja que és la que s'utilitza més en la indústria del control automàtic.

El filtre de Kalman és un estimador d'estats que proporciona una estimació òptima, en el sentit que el valor mig de la suma dels errors d'estimació pren un valor mínim. En altres paraules, el filtre de Kalman dona a la següent suma d'errors quadrats

$$E[e_u^T(k) \cdot e_u(k)] = E[e_{u_1}^2(k) + \dots + e_{u_n}^2(k)] \quad (17)$$

un valor mínim. On:

$$e_u = \hat{x}(k) - x(k) \quad (18)$$

és l'error d'estimació.

Es tracta d'un estimador pensat per a sistemes lineals afectats per pertorbacions aleatòries ("soroll blanc") i els mesuraments dels quals estan contaminats pel mateix tipus de soroll.

7.4.1.Sistemes lineals estocàstics

Les equacions que defineixen l'algoritme de *predicció-correcció* del filtre de Kalman que es presenten més avall, parteixen de l'assumpció que s'està treballant amb un procés lineal estocàstic del tipus:

$$x(k) = Ax(k-1) + B\mu(k) + Gw(k) \quad (19)$$

$$y(k) = Cx(k) + Hw(k) + v(k) \quad (20)$$

En el model presentat (19) - (20) apareixen noves variables i funcions que s'expliquen a continuació:

- w representa un vector de pertorbació aleatòria (blanca) que es coneix com a soroll del procés:

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_q \end{bmatrix} \quad (21)$$

Es treballa sempre amb la suposició que la pertorbació w_k té un valor mitjà $\overline{w_k} = 0$ i una autocovariància Q :

$$w_{k1}w_{k2}^T = Q\delta(k_1 - k_2) \quad (22)$$

on $\delta(k)$ representa la funció delta de *Kronecker* i Q se sol presentar com una matriu de dimensions $n \times n$ de la següent forma:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{nn} \end{bmatrix} \quad (23)$$

en la majoria de casos s'assumeix que el número q de pertorbacions del procés és igual al número n d'estats. Q_{ii} és la variància de w_i .

- G és la matriu de guany del soroll del procés. Normalment es considera $q=n$, fent la matriu G quadrada:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{nn} \end{bmatrix} \quad (24)$$

A més és habitual atorgar valor 1 als valors de la matriu G , amb la qual cosa es transforma en una matriu identitat.

- H és una matriu de guany que relaciona directament les pertorbacions del procés amb les mesures (existirà una relació indirecta, ja que les pertorbacions afecten als estats i alguns d'aquests estats són mesurats). Malgrat tot és habitual prendre-la com una matriu de zeros de dimensió $r \times q$, on r és el número d'estats mesurats.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

- v és el vector de pertorbacions aleatòries (soroll blanc) de les mesures:

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_r \end{bmatrix} \quad (26)$$

Es treballa sempre amb la suposició que la pertorbació v_k té un valor mitjà $\overline{v_k} = 0$ i una autocovariància R :

$$v_{k1}v_{k2}^T = R\delta(k_1 - k_2) \quad (27)$$

On R s'acostuma a presentar com una matriu de la següent forma:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{rr} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Un cop coneguda la descripció del model que defineix el procés que estem estudiant, és necessari tenir en compte algunes consideracions que ens permetran definir amb més facilitat l'algoritme que condueix el filtre de Kalman.

Així doncs es partirà de la suposició que l'estat inicial x_0 és desconegut, però que en podem tenir un coneixement "*a priori*" que ens permet definir que serà una variable gaussiana de mitjana $\overline{x_0}$ i covariància P_{x0} , és a dir, $x_0 \sim (\overline{x_0}, P_{x0})$. A més s'assumirà que x_0 , v_k i w_k , no estan relacionats entre si, de tal manera que $w_j v_k^T = 0$ i així per a tots els valors de j i k i per als diferents casos.

Sota aquestes circumstàncies l'estat x_k serà una variable de mitjana $\overline{x_k}$ i covariància P_{xk} , i de la mateixa manera la sortida $y_k \sim (\overline{y_k}, P_{zk})$.

El valor de $\overline{x_{k+1}}$ vindrà definit per:

$$\bar{x}_{k+1} = A\bar{x}_k + B\bar{\mu}_k \quad (29)$$

Conegudes aquestes premisses doncs, és fàcil veure com es propaga la covariància de l'estat x_{k+1} que ens permetrà dimensionar l'error d'estimació en cada instant de temps, i que jugarà un paper fonamental a l'hora d'actualitzar i corregir les estimacions fetes.

Així doncs:

$$\begin{aligned} P_{x_{k+1}} &= \overline{(x_{k+1} - \bar{x}_{k+1}) \cdot (x_{k+1} - \bar{x}_{k+1})^T} \\ &= \overline{[A(x_k - \bar{x}_k) + Gw_k] \cdot [A(x_k - \bar{x}_k) + Gw_k]^T} \\ &= \overline{A(x_k - \bar{x}_k) \cdot (x_k - \bar{x}_k)^T A^T + Gw_k(x_k - \bar{x}_k)^T A^T} \\ &\quad + \overline{A(x_k - \bar{x}_k)w_k^T G^T + Gw_k w_k^T G^T} \end{aligned}$$

o escrit de forma més compacta:

$$P_{x_{k+1}} = AP_{x_k}A^T + GP_{w_kx_k}A^T + AP_{w_kx_k}G^T + GQG^T$$

i com que hem dit que les diferents variables i pertorbacions no estaven relacionades entre si:

$$P_{x_{k+1}} = AP_{x_k}A^T + GQG^T \quad (30)$$

De manera anàloga podem definir la variància de la predicció, i la variància de la mesura:

$$P_{xkzk} = P_{xk}C^T \quad (31)$$

$$P_{z_k} = CP_{xk}C^T + R \quad (32)$$

7.4.2. Algoritme d'estimació

Un cop entesa la dinàmica bàsica d'un sistema lineal estocàstic, estem en condicions d'introduir l'algoritme del filtre de Kalman.

Com s'ha comentat a l'inici d'aquest apartat es tracta d'un algoritme dividit en dues fases clarament diferenciades:

1. En la primera, coneguda com l'etapa de predicció o d'estimació a priori ($k-1$), es fa una primera estimació de l'estat actual basada en els valors de l'estimació de l'estat en l'instant de temps anterior.
2. En la segona, coneguda com etapa de correcció, actualització o d'estimació a posteriori (k), es tenen en compte les mesures del sistema real (y_k) i s'aplica una correcció a l'estimació de la fase anterior, reduint l'error d'estimació.

En la Figura 32 es pot observar de forma esquemàtica com disminueix l'error d'estimació degut a la introducció de l'etapa de correcció.

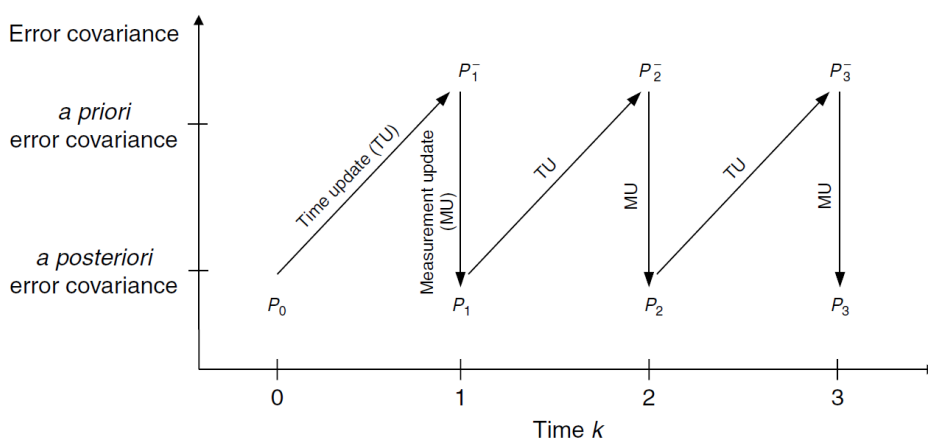


Figura 32: evolució de l'error d'estimació en les diferents etapes del filtre de Kalman [22]

Estimació a priori:

$$\hat{x}_{k|k-1} = A\hat{x}_{k-1|k-1} + B\mu_{k-1} \quad (33)$$

$$P_{k|k-1} = AP_{k-1|k-1}A^T + Q_{k-1} \quad (34)$$

Estimació a posteriori:

$$S_k = CP_{k|k-1}C^T + R_k \quad (35)$$

$$L_k = P_{k|k-1}C^TS_k^{-1} \quad (36)$$

$$\hat{x}_{k|k} = A\hat{x}_{k|k-1} + L_k(y_k - C\hat{x}_{k|k-1}) \quad (37)$$

$$P_{k|k} = (I - L_kC)P_{k|k-1} \quad (38)$$

En l'algoritme del filtre de Kalman apareixen alguns conceptes que no havien intervingut fins ara:

- $\hat{x}_{k|k-1}$ és l'estimació de l'estat *a priori*, basada en l'estimació de l'instant $k-1$.
- $P_{k|k-1}$ és la covariància de l'estimació *a priori* (30).
- S_k es coneix com la covariància d'innovació i coincideix amb la covariància de la sortida (32).
- L_k és el guany òptim de Kalman i, a diferència de l'observador de Luenberger, s'actualitza a cada instant de temps.
Si ens fixem bé en l'equació i consultem l'apartat 7.4.1, ens adonarem que aquest guany és simplement un quocient entre la incertesa en la predicció i la incertesa en la mesura o, dit d'una altra manera, el guany s'ajusta en un sentit o un altre per afavorir les mesures o la predicció, segons quina ens doni un error més petit.
- $\hat{x}_{k|k}$ és l'estimació actualitzada de l'estat *a posteriori*.
- $P_{k|k}$ és la covariància de l'estimació actualitzada *a posteriori*.

En el següent instant de temps l'instant k , passa a ser el $k-1$, i se segueix la mateixa mecànica.

És important destacar també que en la primera estimació ($k=1$), caldrà disposar d'una primera mesura o suposició de l'estat x_0 i s'haurà de suposar la covariància de l'instant anterior ($P_{0|0}$).

Així doncs es poden distingir dos principals avantatges respecte els observadors de Luenberger:

- El filtre de Kalman calcula i actualitza de forma automàtica els valors de la matriu de realimentació L , per tal de reduir al mínim l'error d'estimació-
- Permet actuar de forma adequada amb sistemes contaminats per soroll blanc.

D'altra banda però, el dissenyador no pot escollir si prefereix sacrificar una mica de precisió per a guanyar velocitat en l'estimació i, òbviament, l'algoritme d'estimació és més complex que per als observadors comuns.

7.5. Filtre estès de Kalman

El filtre de Kalman proporciona una estimació òptima per a sistema lineals, però això no és suficient ja que en la majoria de casos, els processos que es volen estudiar són no lineals.

Per això als voltants del 1960 el centre de recerca de la NASA, AMES, va desenvolupar un algoritme basat en el filtre de Kalman però que anava un pas més enllà, ja que permetia obtenir estimacions òptimes de sistemes no lineals, Aquest algoritme es coneix com el filtre estès de Kalman (EKF, de l'anglès Extended Kalman Filter).

La dinàmica d'aquest estimador està basada en els mateixos principis que el filtre de Kalman; dues etapes, una de predicció i una altra de correcció, que permeten obtenir la millor estimació possible d'un procés estocàstic, en aquest cas, no lineal.

El model que descriu el procés en aquest cas és:

$$x_k = f(x_{k-1}, \mu_{k-1}) + w_{k-1} \quad (39)$$

$$y_k = h(x_k) + v_{k-1} \quad (40)$$

- La funció f representa la funció de transició d'estats i es tracta d'una funció no lineal, que descriu la dinàmica del procés.
- La funció g és la funció de sortida i també és una funció no lineal.

L'algoritme que defineix l'EKF és:

Estimació a priori:

$$\hat{x}_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1|k-1}, \mu_{k-1}) \quad (41)$$

$$P_{k|k-1} = AP_{k-1|k-1}A^T + Q_{k-1} \quad (42)$$

Estimació a posteriori:

$$S_k = CP_{k|k-1}C^T + R_k \quad (43)$$

$$L_k = P_{k|k-1}C^TS^{-1} \quad (44)$$

$$\hat{x}_{k|k} = A\hat{x}_{k|k-1} + L_k[y_k - g(\hat{x}_{k|k-1})] \quad (45)$$

$$P_{k|k} = (I - L_kC)P_{k|k-1} \quad (46)$$

Com es pot observar l'algoritme de càlcul és molt semblant al del filtre de Kalman, amb l'única diferència que a l'hora de calcular l'estimació *a priori* i la sortida, s'utilitzen les funcions no lineals que descriuen el procés original i, a més, actualitzades a cada instant de temps.

7.6.Exemple didàctic: pèndul invertit

Per tal de reforçar els conceptes introduïts en l'explicació anterior, s'ha realitzat un exemple teòric, més senzill que el cas del quadrotor que es tracta en aquest projecte, que pot ajudar a resoldre molts dels dubtes que sorgeixin i que, a més, facilitarà el treball de programació posterior amb el model real.

Es tracta d'un cas clàssic en la teoria de control actual i que va molt lligat a l'aprenentatge, pel seu balanç entre complexitat i realisme: el pèndul invertit.

A continuació es presenta el model i l'observació que s'ha fet amb els tres tipus d'estimadors, per tal d'entendre millor les seves diferències i poder fer una millor elecció per el nostre cas.

7.6.1. Model

El model (Figura 33) es tracta d'un carro equipat amb un pèndul, ambdós de densitat coneguda i constant, que quan se li aplica una força (f) es desplaça a través d'una via recta, fent que el pèndul surti de la seva posició d'equilibri.

Suposarem que el carro disposa d'un encoder que ens proporciona la posició del pèndul (θ) amb una freqüència de 100 Hz i un sensor de posició que ens proporciona la seva posició longitudinal (x) amb la mateixa freqüència que l'encoder.

Els estats que ens interessarà mesurar seran la posició lineal (x), la velocitat lineal (\dot{x}) la posició angular (θ) i la velocitat angular ($\dot{\theta}$).

Les constants que defineixen el model són [23]:

- Massa del carro: $M=0.5$ kg.
- Massa del pèndul: $m=0.2$ kg.
- Coeficient de fricció dinàmic amb el terra: $b=0.1$ N·s/m
- Moment d'inèrcia del pèndul: $i=0.006$ kg·m².
- Acceleració de la gravetat: $g=9.81$ m/s².
- Longitud del centre de masses del pèndul a un dels extrems: $l=0.3$ m.

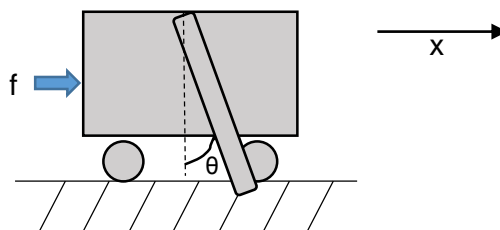


Figura 33: model físic
del pèndul invertit

Les equacions que defineixen la dinàmica del model són:

$$\ddot{x} = \frac{(ml^2 - i) \cdot f + (i - ml^2) \cdot b\dot{x} + m^2 l^2 g \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + (m^2 l^3 - mli) \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta}{[(m + M) \cdot (ml^2 - i) - m^2 l^2 \cdot \cos^2\theta]} \quad (47)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{mlf \cdot \cos\theta - mlb\dot{x} \cdot \cos\theta + (m + M) \cdot mlg \cdot \sin\theta + m^2 l^2 \dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta}{[(m + M) \cdot (i - ml^2) + m^2 l^2 \cos^2\theta]} \quad (48)$$

A partir d'ara el denominador de \ddot{x} l'anomenarem s i el de $\ddot{\theta}$, q .

Com s'ha comentat a l'inici, s'està treballant amb un model on els sensors donen mesures cada cert instant de temps, amb la qual cosa, abans de poder escriure el model en espai d'estats, s'haurà de discretitzar. Existeixen diferents mètodes de discretització de models continus, però en aquest exemple s'ha utilitzat el mètode d'Euler:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_k - x_{k-1}}{T} \quad (49)$$

I el model discretitzat queda de la següent manera:

$$x_k = \frac{(ml^2 - i) \cdot f_{k-1} + (i - ml^2) \cdot bv_{x|k-1} + m^2 l^2 g \cdot \sin\theta_{k-1} \cdot \cos\theta_{k-1} + (m^2 l^3 - mli) \cdot \dot{\theta}_{k-1}^2 \cdot \sin\theta_{k-1}}{s} \cdot \frac{T^2}{2} + \dot{x}_{k-1} \cdot T + x_{k-1} \quad (50)$$

$$v_{x|k} = \frac{(ml^2 - i) \cdot f_{k-1} + (i - ml^2) \cdot bv_{x|k-1} + m^2 l^2 g \cdot \sin\theta_{k-1} \cdot \cos\theta_{k-1} + (m^2 l^3 - mli) \cdot \dot{\theta}_{k-1}^2 \cdot \sin\theta_{k-1}}{s} \cdot T + \dot{x}_{k-1} \quad (51)$$

$$\theta_k = \frac{mlf_{k-1} \cdot \cos\theta_{k-1} - mlbv_{x|k-1} \cdot \cos\theta_{k-1} + (M + m) \cdot mlg \cdot \sin\theta_{k-1} + m^2 l^2 \dot{\theta}_{k-1}^2 \cdot \sin\theta_{k-1} \cdot \cos\theta_{k-1}}{q} \cdot \frac{T^2}{2} + \dot{\theta}_{k-1} \cdot T + \theta_{k-1} \quad (52)$$

$$\dot{\theta}_k = \frac{mlf_{k-1} \cdot \cos\theta_{k-1} - mlbv_{x|k-1} \cdot \cos\theta_{k-1} + (M + m) \cdot mlg \cdot \sin\theta_{k-1} + m^2 l^2 \dot{\theta}_{k-1}^2 \cdot \sin\theta_{k-1} \cdot \cos\theta_{k-1}}{q} \cdot T + \dot{\theta}_{k-1} \quad (53)$$

Un cop tenim les equacions que defineixen el model discretitzades, cal linealitzar-les per tal de trobar les matrius A , B i C que defineixen el nostre model en espai d'estats i que ens serviran per desenvolupar els diferents estimadors.

Per a linealitzar el sistema se segueix el següent procés:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_j}{\partial x_i} & \dots \\ \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (54)$$

$\begin{matrix} x=0 \\ v_x=0 \\ \theta=0 \\ \dot{\theta}=0 \end{matrix}$

Kalman

$\begin{matrix} x=x_{k-1} \\ v_x=v_{x_{k-1}} \\ \theta=\theta_{k-1} \\ \dot{\theta}=\dot{\theta}_{k-1} \end{matrix}$

Kalman estàs

Luenberger

Com que l'objectiu d'aquesta secció és simplement poder veure i entendre les diferències de comportament en l'estimació, segons sigui l'estimador usat, les equacions linealitzades no s'inclouen, però es poden consultar a l'annex A.

El model en espai d'estats té doncs la següent forma:

$$\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}_k = A \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}_{k-1} + B \mu_k \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}_k \quad (56)$$

7.6.2.Simulació

En aquest apartat es mostren els models de *Simulink* i els resultats obtinguts amb els diferents observadors, per tal d'assentar els coneixements explicats fins ara.

En la simulació s'ha utilitzat com a senyal d'entrada un generador de polsos, positius i negatius, de 9 N d'amplitud i 2 segons de període, que representen una força positiva i negativa aplicada sobre el carro, per tal que a poc a poc el pèndul s'anés allunyant de la seva condició inicial d'equilibri i es pogués observar com això afecta al comportament de les estimacions.

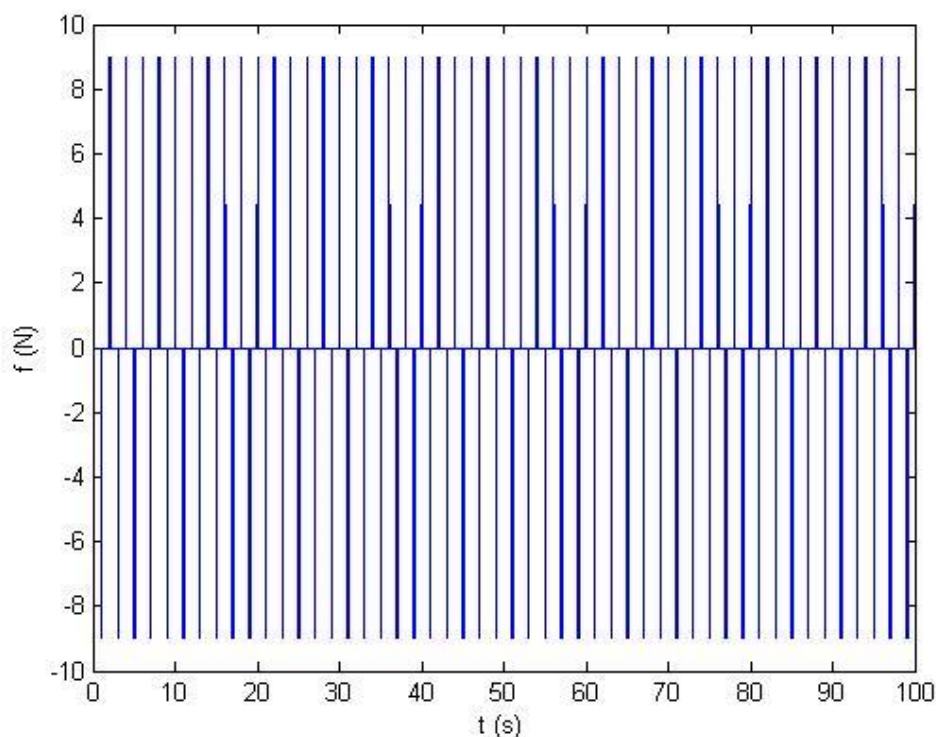


Figura 34: senyal d'entrada
($\mu(t)$) de la simulació

Com que es tracta d'un cas no real (no s'està treballant amb un model físic), els processos i les mesures dels sensors no tenen soroll, però s'ha decidit introduir una pertorbació, tant en el procés com en les mesures, del 5% de valor de l'entrada (0,45N), ja que sembla un valor que es podria aproximar als casos que ens trobem en la vida real i no genera unes desviacions excessives en el model.



Figura 36: subsistema “model”

El bloc *estimador* conté l'script de *matlab* que s'ha utilitzat per a fer l'estimació, segons sigui l'observador escollit en cada cas². Es pot veure que alimentant-lo amb la mateixa entrada que el sistema original i la sortida del mateix, podem obtenir l'estimació dels quatre estats del model.

En el cas de l'observador de Luenberger, com que el seu algoritme de programació és més senzill i no requereix d'actualitzacions constants, s'ha implementat en un model molt similar que l'anterior, però sense la necessitat d'usar un bloc *matlab_function* que contingues l'script de l'estimador. En el seu lloc s'ha usat un subsistema amb la següent composició:

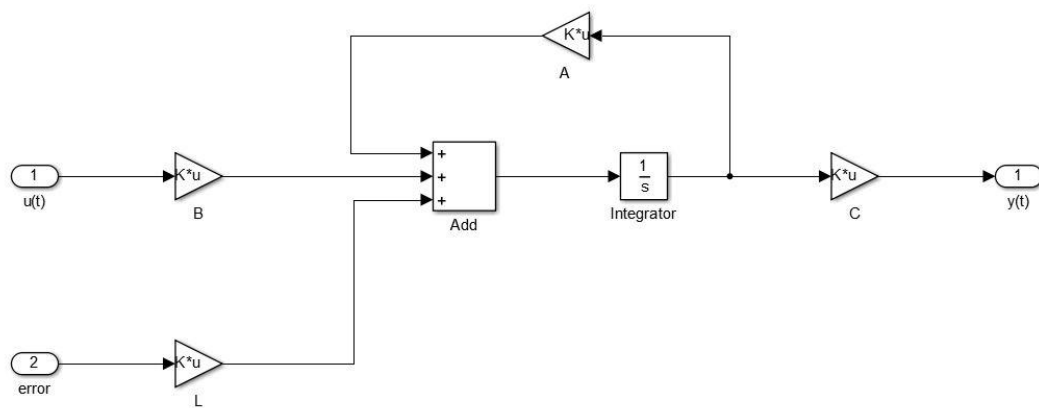


Figura 37: subsistema de l'observador de Luenberger

Es pot observar com en aquest cas les entrades de l'observador ja són directament l'error d'estimació i la senyal d'entrada del model. L'script amb els valors de les matrius A, B i C es poden consultar a l'annex A.

² Els scripts poden ser consultats a l'annex A.

7.6.3. Resultats

Amb l'entrada descrita anteriorment, s'obtenen les següents senyals a la sortida del model:

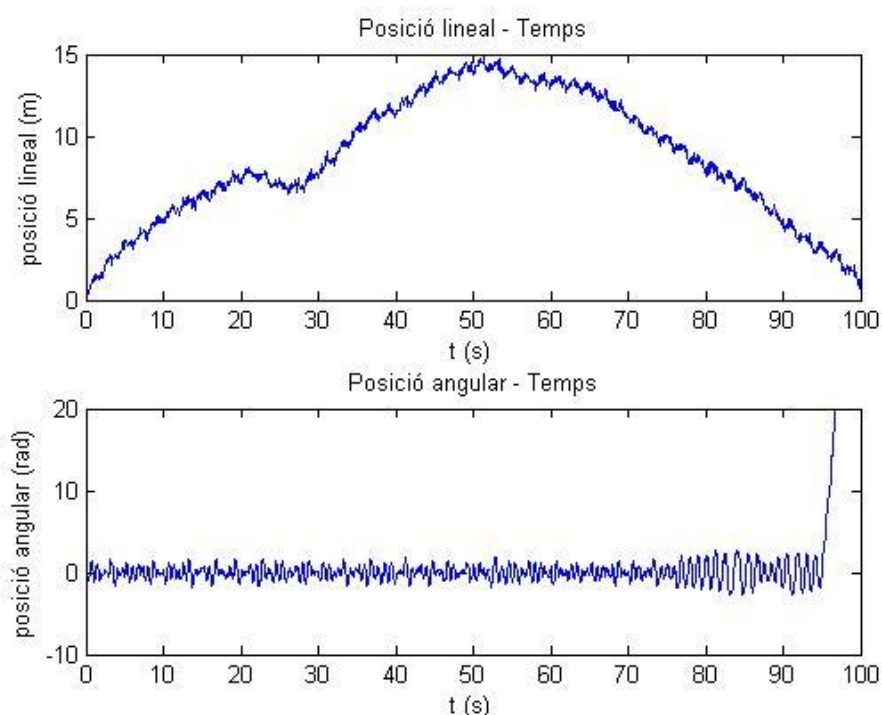


Figura 38: posició lineal i posició angular del sistema carro-pèndul al llarg del temps

En aquests dos gràfics és interessant observar com el pèndul manté una posició angular sempre propera a la inicial (0 radians), fins que supera la vertical (π radians) i comença a girar descontroladament. S'ha limitat l'escala vertical del gràfic a 20 radians, per tal que les oscil·lacions més petites poguessin ser apreciades en la figura i, alhora, es pogués recórrer amplament l'espai d'estats, sortint de la zona on s'ha linealitzat.

També es pot veure l'efecte del soroll en les dues simulacions, en els petits pics que sorgeixen de forma aleatòria durant tot el gràfic, tant en la posició lineal, com en l'angular.

A continuació s'inclouen les senyals de sortida i els errors d'estimació dels diferents observadors, per tal que es pugui observar de forma més gràfica i visual, com varia el comportament de cada estimador, segons sigui la situació del pèndul.

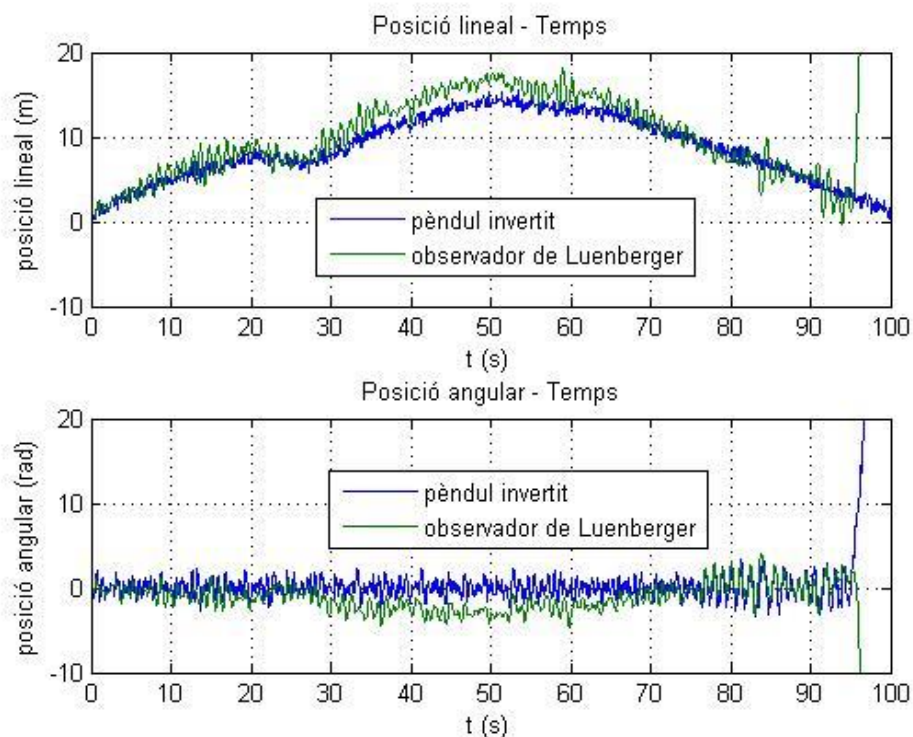


Figura 39: comparativa de les senyals de sortida en l'observador de Luenberger

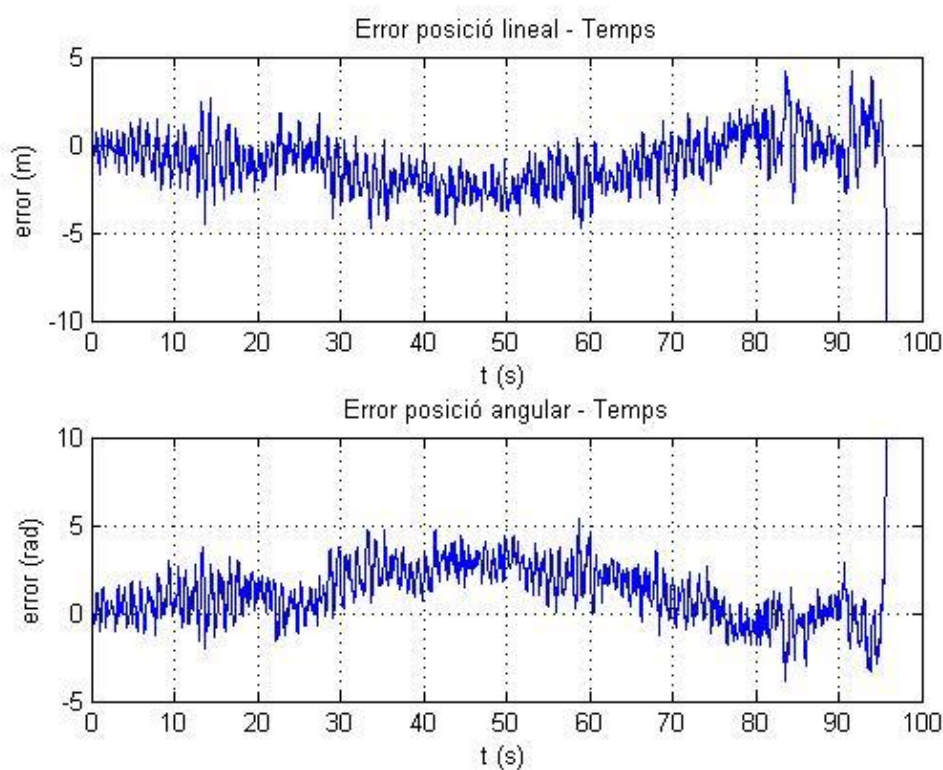


Figura 40: error de posició lineal i angular de l'observador de Luenberger

Com es va comentar en l'explicació teòrica de l'observador de Luenberger (7.3), aquest no està preparat per a estimar de forma correcta sistemes no lineals contaminats amb soroll, i això es pot observar amb molta claredat en la Figura 39 i en la Figura 40. Es pot veure com des de l'inici, degut al soroll dels sensors, l'estimació dona errors de l'ordre d'unitats, fet que seria catastròfic en el cas de voler realitzar missions de gran precisió. A més, en el moment en què el pèndul s'allunya del seu estat d'equilibri (0 radianys, estat en el qual s'ha linealitzat el model), els errors es disparen ràpidament cap a més i menys infinit.

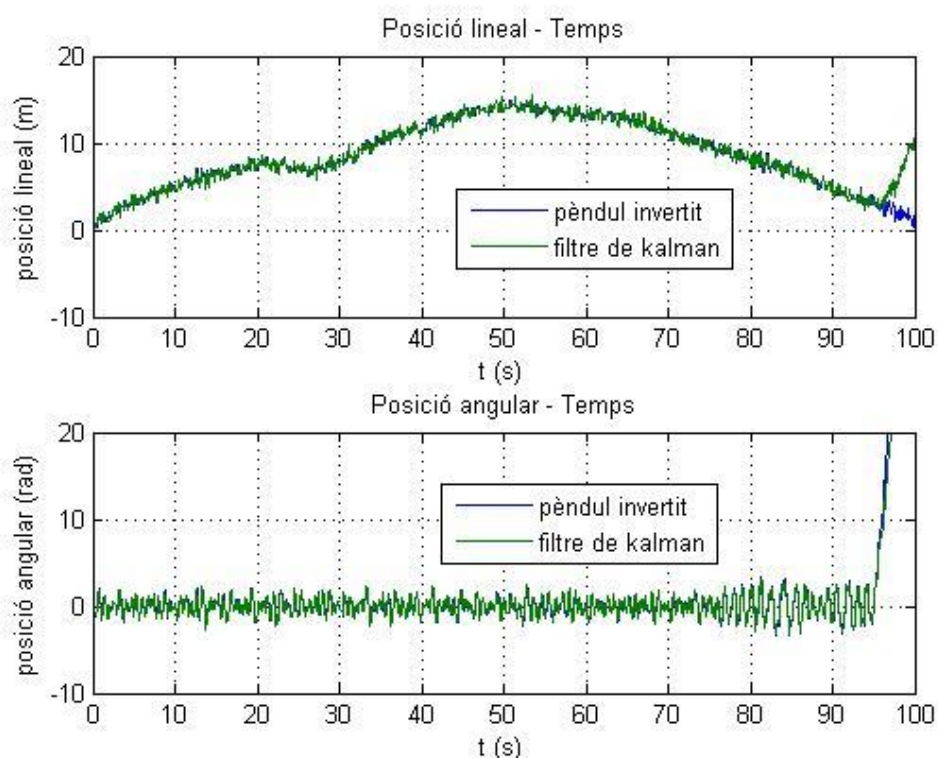


Figura 41: comparativa de les senyals de sortida
en el filtre de Kalman

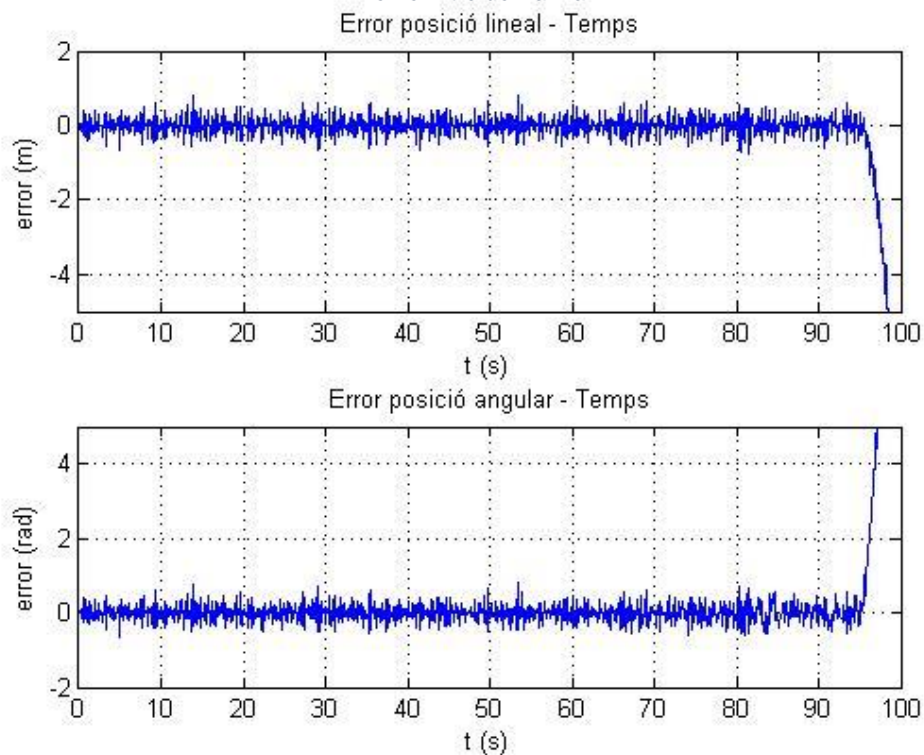


Figura 42: error de posició lineal i
angular del filtre de Kalman

La Figura 41 i la Figura 42 donen una informació molt clara sobre el comportament del filtre de Kalman. En aquest cas es pot observar com l'estimació manté un error de l'ordre del soroll introduït pels sensors duran quasi tot el temps de simulació, però en el moment en que el pèndul torna a allunyar-se de l'estat en el qual s'ha linealitzat el model, l'error es dispara cap a més i menys infinit, en aquest cas, de forma una mica més gradual que en el cas de l'observador de Luenberger.

Aquests resultats tenen molt sentit ja que exemplifiquen clarament les virtuts i els defectes del filtre de Kalman: és capaç de filtrar les pertorbacions dels sensors (per això obtenim un error de l'ordre d'aquestes pertorbacions), però falla quan s'utilitza en models no lineals (per això es dispara quan ens allunyem de la posició d'equilibri).

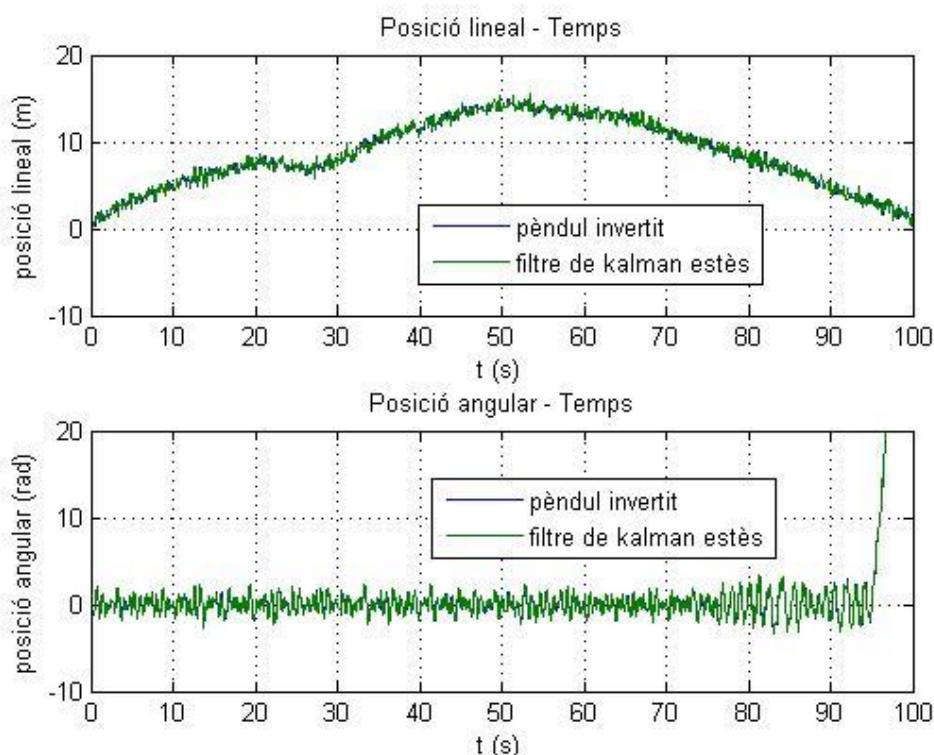


Figura 43: Comparativa de les senyals de sortida en el filtre de Kalman estàt.

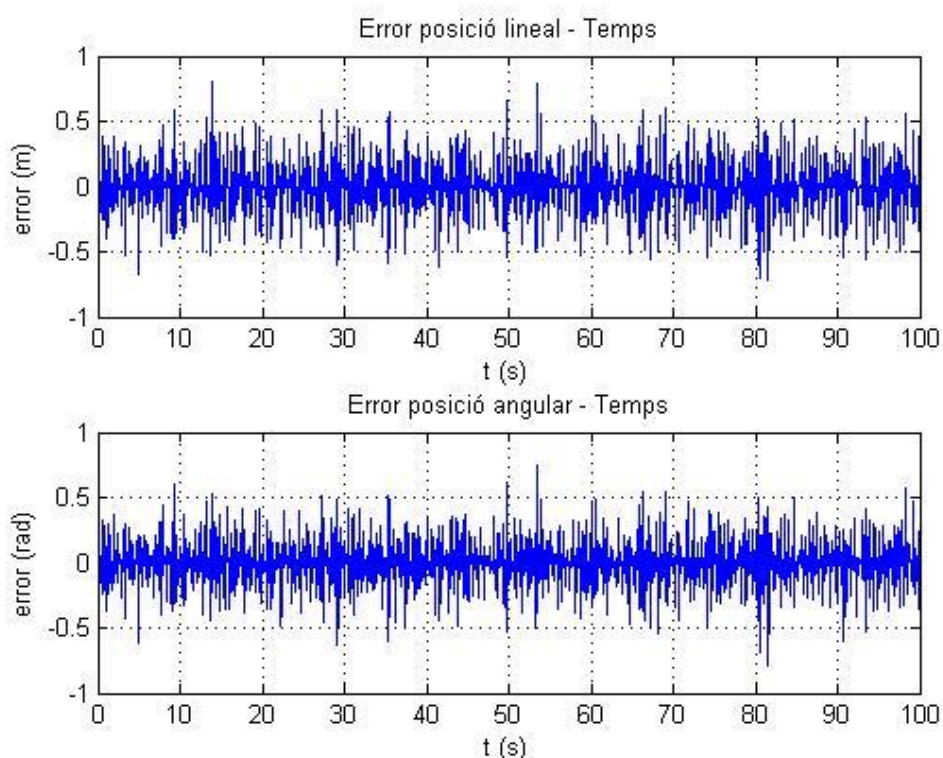


Figura 44: error de posició lineal i angular del filtre de Kalman estàs.

Finalment en el cas del filtre de Kalman estàs (Figura 43 i Figura 44) podem veure com, degut a la seva capacitat de filtrar pertorbacions i d'estimar amb bastanta precisió sistemes no lineals, és capaç de mantenir un error de l'ordre de la pertorbació dels sensors en tot moment, independentment de la posició del pèndul.

8.Fusió de dades

8.1.Introducció

Un cop entesa tota la teoria que envolta el problema de la fusió de dades i els equips que seran usats han estat descrits, en aquest apartat es descriuran les decisions preses per a obtenir la millor estimació del comportament real del quadrotor possible i es mostraran tots els processos seguits.

Així doncs bàsicament el que es farà serà pendre una decisió sobre el model a usar, llegir les dades dels sensors del quadrotor i de l'RTK, identificar-ne les pertorbacions i validar experimentalment els resultats obtinguts.

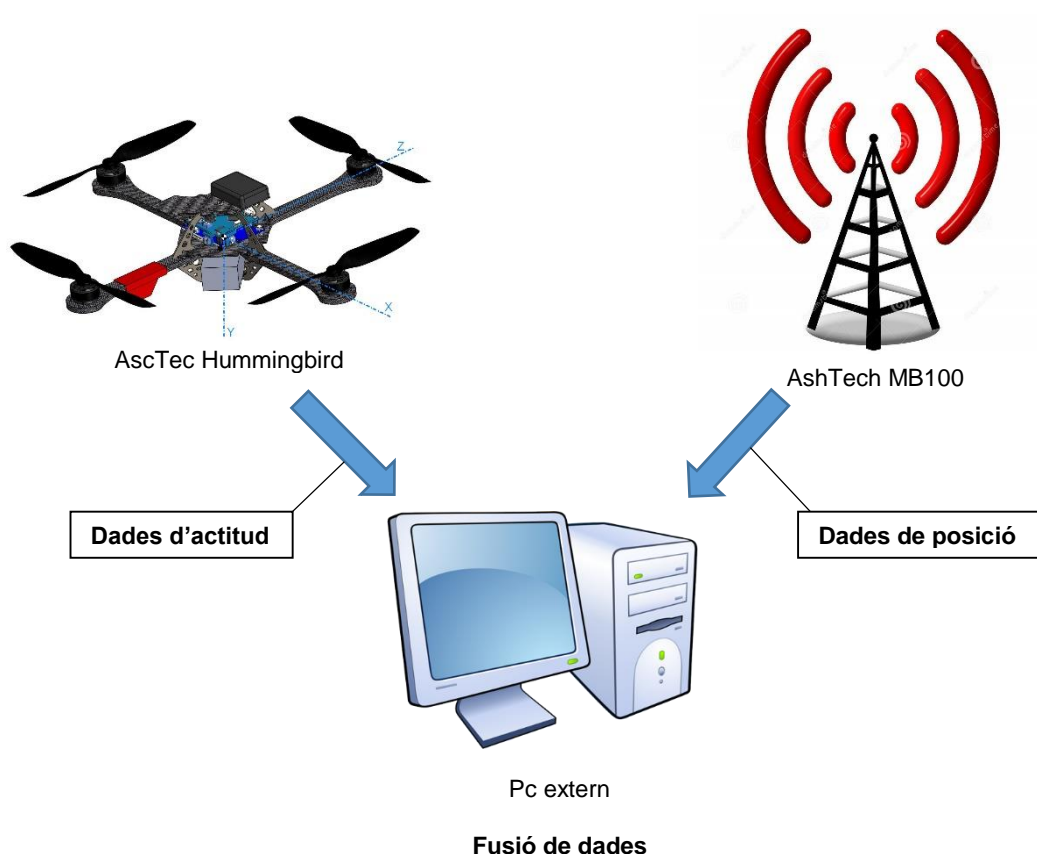


Figura 45: esquema
del procés de fusió de
dades

8.2. Sistemes de referència

Existeixen diversos sistemes de referència que ens permeten definir de forma clara, per mitjà d'equacions dinàmiques i cinemàtiques, el moviment de l'aeronau representada com a un sòlid rígid.

En aquest estudi es treballarà amb dos sistemes de referència de coordenades cartesianes que segueixen la regla de la mà dreta. Es tracta del sistema d'eixos terra (EF , de l'anglès *Earth Frame*), un sistema inercial lligat a la Terra, i el sistema d'eixos cos (BF , de l'anglès *Body Frame*), un sistema no inercial lligat al cos que s'està estudiant (el quadrotor en aquest cas).

És propi de la notació aeroespacial treballar amb l'eix z positiu apuntant cap amunt, malgrat això la plataforma *AscTec Humminbird* usa una terna dextrogira XYZ amb l'eix z positiu apuntant cap a baix. Serà necessari tenir això en compte a l'hora de realitzar i interpretar algunes mesures. En la Figura 46 es poden veure els sistemes de referència escollits:

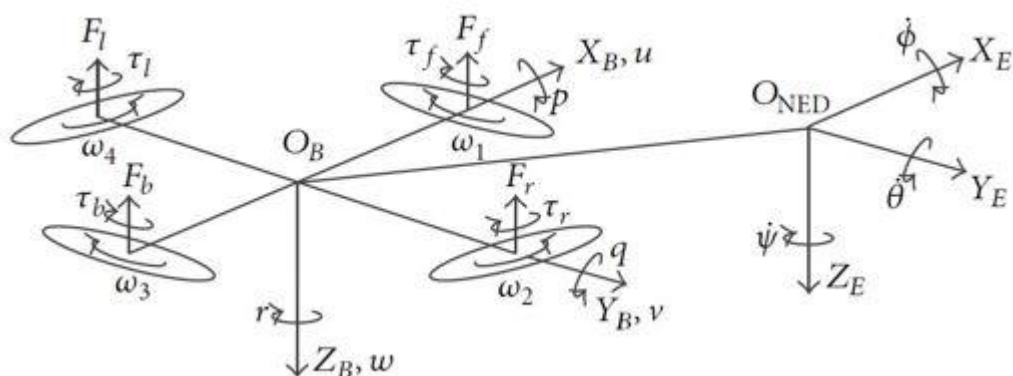


Figura 46: Sistemes de referència utilitzats [1]

8.2.1. Body Frame

El sistema d'eixos cos (BF) és un sistema de referència no inercial lligat al moviment del quadrotor. S'utilitza el subíndex B per a aclarir que estem treballant amb aquest sistema de referència.

Les principals característiques que defineixen el sistema són:

- O_B : l'origen de coordenades se situa sobre el centre de masses del cos.

- **X_B**: l'eix X apunta cap endavant i es manté en tot moment dins del pla de simetria del quadrotor.
- **Y_B**: l'eix Y apunta cap a la dreta i és perpendicular al pla de simetria.
- **Z_B**: l'eix Z apunta cap a baix, complint així la regla de la mà dreta.

Es defineix a continuació la notació utilitzada per a la posició, la velocitat lineal, l'acceleració lineal, la velocitat angular i l'acceleració angular:

Vel. lineal	Acc. lineal	Vel. angular	Acc. angular	
$[v^B] = \begin{bmatrix} v_x^B \\ v_y^B \\ v_z^B \end{bmatrix}$	$[a^B] = \begin{bmatrix} a_x^B \\ a_y^B \\ a_z^B \end{bmatrix}$	$[w^B] = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$	$[\dot{w}^B] = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix}$	(57)

8.2.2. Earth Frame

El sistema d'eixos Terra és un sistema topocèntric giratori lligat a un punt fixe de la superfície terrestre. Malgrat rota a la mateixa velocitat que la Terra, es considera com a inercial, degut als petits efectes que l'acceleració (centrípeta o centrífuga, segons com es miri) produeix sobre el seu origen. Es representa amb el subíndex *E*.

Les principals característiques que defineixen el sistema són:

- **O_{NED}**: l'origen de coordenades se situa sobre qualsevol punt de referència de l'escorça terrestre. El subíndex *NED* correspon a les sigles de *North-Est-Down*, l'orientació dels eixos del sistema.
- **X_E**: l'eix x apunta al nord geodèsic, tangent als paral·lels. Representa la latitud (φ), es medeix en graus sexagesimals i va de -90° (Pol Sud) a +90° (Pol Nord), sent 0° l'Equador de la Terra.
- **Y_E**: l'eix y apunta a l'est geodèsic, tangent als meridians. Representa la longitud (λ), es mesura en graus sexagesimals i va de -180° (Oest) a +180° (Est), sent 0° el meridià de Greenwich.
- **Z_E**: l'eix z apunta cap al centre de la Terra, complint així amb la regla de la mà dreta.

Cal fixar-se en que com que l'eix z està definit com a positiu apuntant al centre de la Terra, qualsevol alçada del vehicle per sobre de la superfície terrestre serà definida com a negativa (-h).

A continuació es defineix la notació utilitzada per a definir la posició, la velocitat lineal, l'acceleració lineal, l'orientació i la velocitat angular de l'aeronau:

$$\text{posició: } [\mathbf{P}_E] = \begin{bmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{bmatrix} \quad (58)$$

Vel. lineal	Acc. lineal	Angles d'Euler	Vel. angular	
$[\mathbf{v}^E] = \begin{bmatrix} v_x^E \\ v_y^E \\ v_z^E \end{bmatrix}$	$[\mathbf{a}^E] = \begin{bmatrix} a_x^E \\ a_y^E \\ a_z^E \end{bmatrix}$	$angles = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$	$[w_B] = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$	(59)

En el cas del dispositiu RTK MB100 l'origen de coordenades a partir del qual es definirà la posició de la plataforma ATH, ve donat per la pròpia plataforma en encendre's.

8.2.3. Relacions entre EF y BF

Durant el procés de fusió de dades, el nostre observador rebrà dades de diferents sensors que, alhora, usen diferents sistemes de referència. És per això que en alguns casos caldrà canviar de referència algunes dades per assegurar que els resultats obtinguts siguin coherents. Existeixen diferents formalismes per a convertir dades descrites per un sistema de referència solidari al cos a la seva descripció en un sistema de referència fix en l'espai tridimensional [1] [24]. Els dos principals són la utilització de matrius de rotació amb els angles d'Euler i l'ús de quaternes. S'escull el primer per simplicitat i per tenir una interpretació física clara.

Les matrius de rotació amb angles d'Euler fan servir els tres angles d'Euler (ϕ , θ , ψ) per a descriure l'actitud del vehicle, és a dir, la relació que existeix entre els dos sistemes de referència representats. Els angles d'Euler representen rotacions elementals successives al voltant de diferents eixos. Cadascuna d'aquestes rotacions pot ser representada mitjançant una matriu de gir. La matriu de canvi

de base final entre BF i EF (i a l'inrevés) s'obté multiplicant les tres matrius de rotació.

El problema de l'ús d'angles d'Euler és que apareixen singularitats degudes a l'efecte conegut com a "Gimbal lock". Aquest fenomen apareix quan l'angle θ és igual a $\pm 90^\circ$, generant que els eixos x i z coincideixin en la mateixa direcció i, per tant, no es pugui definir un *mapping* que relacioni les velocitats angulars i les derivades dels angles d'Euler. Malgrat tot en aquest projecte s'escull la convenció ZYX per ser la més utilitzada en les referències consultades [1] [24] [25]. El fenomen del "Gimbal lock" no hauria de produir-se en condicions de vol normal en el nostre quadrotor, amb la qual cosa no representa un gran contratemps [26].

La convenció ZYX implica la següent transformació. Partint del sistema de referència EF, es gira al voltant de l'eix Z_E un angle ψ , obtenint el triedre $x_1y_1z_1$. Després es gira al voltant del nou eix y_1 un angle θ , obtenint el triedre $x_2y_2z_2$. Per acabar es gira un angle ϕ al voltant de x_2 , obtenint el sistema de referència final desitjat $X_BY_BZ_B$.

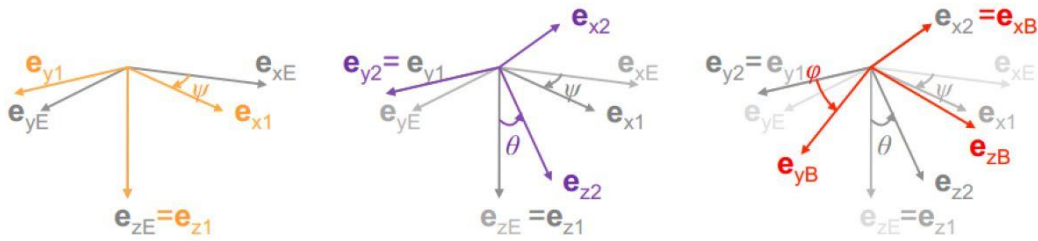


Figura 47: seqüència de rotació de EF a BF

La matriu de canvi de base que transforma un vector columna descrit en EF a BF s'obté al multiplicar les tres matrius de gir que roten el vector per a cada angle d'Euler. La matriu obtinguda rep el nom de R_E^B i la seva seqüència de gir es mostra en l'equació (60).

$$R_E^B = R(x, \phi)R(y, \theta)R(z, \psi) \quad (60)$$

$$R_E^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$R_E^B = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \quad (62)$$

Cal tenir en compte que al tractar-se d'una matriu de rotació és ortonormal i, per tant, la matriu de rotació per a passar de EF a BF s'obté de la següent manera:

$$R_B^E = (R_E^B)^{-1} = (R_E^B)^T \quad (63)$$

D'altra banda la relació entre les velocitats angulars entre BF i EF es defineix de la següent manera [24].

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi\sec\theta & \cos\phi\sec\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (64)$$

En l'equació (64) es pot observar de forma molt clara l'efecte del "Gimbal lock", ja que quan l'angle theta sigui igual a $\pm 90^\circ$, tant les tangents com les secants tendiran a infinit, impossibilitant així establir una relació entre les velocitats angulars en eixos cos i les derivades d'angles d'Euler.

8.3.Model

Després de l'estudi realitzat en l'apartat 2.1.2 s'ha optat per la utilització d'un model cinemàtic, ja que ens permet avaluar de forma correcta el comportament del quadrotor sense incorporar una gran dificultat o complexitat de càlcul.

L'objectiu d'aquest projecte és validar l'algoritme de fusió de dades amb els motors del quadrotor sense engegar (es mourà manualment), amb la qual cosa no comptarem amb senyals d'entrada sobre l'estat de les hèlixs i les forces que estan desenvolupant. És per això que s'ha decidit optar per models que descriguin processos estocàstics de forma general i en cap cas necessitin conèixer les característiques físiques o de forma del cos.

En aquest sentit podem distingir tres tipus diferents de models [27], [28]:

- **White Noise Models:** l'entrada de control és modelada com un procés de soroll aleatori.
- **Markov Process Models:** l'entrada de control es modela com un procés de Markov.

- **Semi-Markov Jump Process Model:** es modela l'entrada de control com un procés de salt semi-Markov.

Per simplicitat i per donar bons resultats en processos amb maniobres aleatòries i baixos intervals de temps de càlcul, s'ha escollit treballar amb els models de soroll blanc. Dins d'aquesta categoria existeixen diferents models, cadascun amb les seves característiques. A continuació es descriuen els més comunament utilitzats:

1. White-Noise Acceleration Model

És el model més simple per a descriure les maniobres d'un cos. Assumeix que l'acceleració $\ddot{x}(t)$ és una variable totalment aleatòria (d'aquí el nom del model). L'únic atractiu que presenta és la seva simplicitat i s'utilitza normalment per a descriure petites maniobres, o per a aproximar el nivell del soroll d'un procés.

2. Wiener-Process Acceleration Model

Conegut també com a *constant-acceleration (CA) model* és el segon model més simple que es podria usar. Considera que l'acceleració és un procés de Wiener o, de forma més precisa, que l'acceleració és un procés amb increments independents.

Aquest model té dues versions. La primera, que rep del nom de *white-noise jerk model*, assumeix que la derivada de l'acceleració $\dot{a}(t)$ és un procés independent (soroll blanc): $w(t) = \dot{a}(t)$.

La seva representació en espai d'estats és la següent:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (65)$$

Tenint en compte que el vector d'estats es descriu com:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x \\ v \\ a \end{bmatrix} \quad (66)$$

D'altra banda, el model expressat en temps discret s'escriu com:

$$x_k = F \cdot x_{k-1} + w_{k-1} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (67)$$

on $E[w(t + \tau) \cdot w(t)] = S_w \delta(\tau)$:

$$\text{cov}(w_k) = S_w Q, \quad Q = \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix} \quad (68)$$

on S_w fa referència a la densitat espectral de potència, una funció que descriu la distribució de la variància en el domini de freqüència de la senyal.

La segona versió es coneix com a *Wiener-Sequence acceleration model*. En aquest cas s'assumeix que l'increment d'acceleració és un procés aleatori. Notis que l'increment d'acceleració en un període de temps en aquest model és l'integral de la derivada de l'acceleració en el cas del *jerk model*.

Aquest model s'expressa millor en forma discreta de la següent manera:

$$x_k = F \cdot x_{k-1} + G w_{k-1} \quad G = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix} \quad (69)$$

Cal tenir en compte que en aquest cas el terme de soroll té una covariància diferent a la del *jerk model*:

$$Q = \text{cov}(G w_{k-1}) = \text{var}(w_{k-1}) \cdot \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 & T^2/2 \\ T^3/2 & T^2 & T \\ T^2/2 & T & 1 \end{bmatrix} \quad (70)$$

3. General Polynomial Models

És ben sabut que qualsevol trajectòria contínua pot ser aproximada per un polinomi d'un cert ordre amb una precisió arbitrària. Així doncs és possible modelar el moviment d'un cos amb un polinomi d'ordre n en coordenades Cartesianes de la següent manera:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_n \\ b_0 & b_1 & \cdots & b_n \\ c_0 & c_1 & \cdots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ \vdots \\ t^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_x(t) \\ w_y(t) \\ w_z(t) \end{bmatrix} \quad (71)$$

amb diferents eleccions per als coeficients (a_i , b_i , c_i), on (x , y , z) són les coordenades de posició i (w_x , w_y , w_z) són els termes de soroll corresponents. Aquest tipus de model assumeix que les derivades enèsimes de la posició

respecte al temps són aproximadament constants (és a dir, la derivada és igual al soroll w). D'aquesta manera, els models de soroll blanc descrits amb anterioritat són simplement casos especials (per a $n=1,2$ respectivament).

En aquest projecte s'ha optat per a la utilització de la segona variant del model d'acceleració basat en un procés de Wiener, per la seva simplicitat i la facilitat que ens ofereix a l'hora de calcular o estimar el soroll del procés (w) [29].

8.3.1.Particularitats

El nostre model presenta algunes particularitats respecte al *CA model* definit en 8.3.

Primer de tot s'haurà de tenir clar amb quines variables d'estat treballarem, tenint en compte les mesures de les que disposem. Així doncs es construirà un model de 15 variables d'estat (9 lineals i 6 angulars), que ens permetrà obtenir la posició i la velocitat lineal, en 3D, a partir de la integració discreta (consultar 7.6.1) de l'acceleració, i l'actitud, a partir de la integració discreta de les tres velocitats angulars.

És important també considerar els sensors dels que disposem, per tal de construir el nostre model de mesura. En el nostre estudi tenim accés a 3 mesures de posició (a través de GPS), 3 mesures d'acceleració lineal (acceleròmetre), 3 lectures de velocitat angular (giroscopi) i la mesura del camp magnètic terrestre en eixos cos (magnetòmetre). D'aquesta manera es construirà un vector de mesures de 12 variables, que s'haurà de relacionar amb les 15 variables d'estat a través de la matriu C .

Malgrat tot les equacions que definiran el nostre model final no seran tan simples com les que s'han mostrat en l'apartat 0, ja que s'hauran de tenir en compte alguns canvis de referència que afectaran a la nostra linealització en espai d'estats.

Aquests canvis faran variar les equacions que defineixen l'actitud i la posició lineal, ja que serà necessari transformar les velocitats angulars, les velocitats lineals i les acceleracions lineals rebudes en eixos cos, a eixos Terra.

Per fer-ho s'utilitzaran les relacions explicades en l'apartat 8.2.3, quedant les equacions d'actitud i posició lineal de la següent manera:

- **Actitud**

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \phi + \dot{\phi} \cdot T \\ \theta + \dot{\theta} \cdot T \\ \psi + \dot{\psi} \cdot T \end{bmatrix}_{k-1} \quad (72)$$

- **Posició**

$$\begin{bmatrix} x^E \\ y^E \\ z^E \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} x^E + v_x^E \cdot T + a_x^E \cdot \frac{T^2}{2} \\ y^E + v_y^E \cdot T + a_y^E \cdot \frac{T^2}{2} \\ z^E + v_z^E \cdot T + a_z^E \cdot \frac{T^2}{2} \end{bmatrix}_{k-1} \quad (73)$$

8.3.2. Identificació de les pertorbacions

Com s'ha comentat a l'apartat 7 els processos reals no són perfectes, sinó que venen contaminats per pertorbacions tant durant el procés com en la lectura dels sensors. És per això que per a poder fer una bona estimació dels estats s'ha de tenir en compte aquest soroll i, evitar així que es produeixin desviacions desmesurades entre els valors reals i els observats.

Identificarem dos tipus de sorolls, seguint dues metodologies diferents: el soroll del procés i el soroll introduït pels sensors.

8.3.2.1. Soroll del Procés

El soroll del procés intenta caracteritzar d'alguna manera les incerteses introduïdes pel nostre model, ja sigui degut a la discretització o a la poca precisió de les equacions.

El model escollit ens proporciona una matriu que ens relaciona la variància en l'acceleració amb les diferents variables d'estat. Serà necessari doncs calcular o aproximar de la forma més real possible aquesta variància.

Per a fer-ho s'ha decidit simular maniobres de curta durada del quadrotor en diferents condicions.

Primer de tot s'han calculat les acceleracions màximes a les que pot ser sotmès el quadrotor, tenint en compte les característiques dels seus rotors, però despreciant els efectes del fregament amb l'aire:

$$a_x^+ = g \quad (74)$$

$$a_x^- = -g \quad (75)$$

$$a_y^+ = g \quad (76)$$

$$a_y^- = -g \quad (77)$$

$$a_z^+ = \frac{k_T \cdot 4\Omega_m^2 - mg}{m} \quad (78)$$

$$a_z^- = -g \quad (79)$$

El factor de tracció k_T s'ha extret de [1].

Aquestes acceleracions no són reals i, en molts casos, suposen situacions extremes del quadrotor que no es donaran en condicions de vol normal. Per això s'utilitzaran aquests valors com a límits superiors i inferiors en les simulacions, evitant així situacions impossibles de vol.

Es duran a terme doncs vuit simulacions de 60 segons, subjectant el quadrotor amb la mà i respectant sempre els límits anteriors, per a estimar de la forma més acurada possible la variància de les acceleracions.

En el cas de les velocitats angulars se segueix un procediment exactament igual que l'anterior, amb els mateixos límits.

Els resultats obtinguts són els següents:

	a_x / a_y	a_z	p / q	r
σ^2	4.1181	4.9261	5.6167	6.0170

Taula 4: estimació del soroll del procés

8.3.2.2. Soroll dels sensors

Sensors de la IMU

Per a identificar el soroll que introdueixen els sensors en la lectura de dades, s'ha seguit un procés força senzill, però que ens ha permès realitzar una primera estimació de la contaminació de les lectures.

El procés que s'ha utilitzat consisteix bàsicament en deixar el quadrotor en una posició fixa, amb la qual cosa la lectura de dades esperada hauria de ser sempre la mateixa. Les fluctuacions que es produeixen en aquesta lectura caracteritzen la variància del soroll, que ens servirà per construir la matriu R de l'algoritme d'estimació.

Cal dir que la variància de les senyals pot variar amb el quadrotor en moviment, però per simplicitat s'ha despreciat aquesta variació, al considerar que no seria d'una magnitud prou important.

S'han fet 8 lectures en experiments de 60 segons de duració per tal d'assegurar un valor el més real possible.

Es poden consultar els resultats en la Taula 5:

Variàncies de les Pertorbacions	
σ_p^2 (rad/s)	$7.534 \cdot 10^{-5}$
σ_q^2 (rad/s)	$1.027 \cdot 10^{-4}$
σ_r^2 (rad/s)	$9.906 \cdot 10^{-5}$
σ_{ax}^2 (m/s ²)	0,002
σ_{ay}^2 (m/s ²)	$8,488 \cdot 10^{-4}$
σ_{az}^2 (m/s ²)	$5,581 \cdot 10^{-4}$
σ_{uBx}^2	0.0285
σ_{uBy}^2	$8.2118 \cdot 10^{-4}$
σ_{uBz}^2	0.0536

Taula 5: variàncies del soroll dels sensors de la IMU

RTK

L'estimació del soroll del GPS diferencial s'ha fet a partir de les dades de precisió (desviació típica) del sensor que ens proporciona el fabricant [30].

La variància de les mesures de posició serà doncs la que es mostra en la :

	x_E	y_E	z_E
$\sigma^2 (m^2)$	0.0025	0.0025	0.0004

Taula 6: variància en les mesures de l'RTK

8.3.3.Mesures

Abans de que les senyals dels sensors entrin en el nostre algoritme d'estimació, és necessari tractar-les per eliminar fonts d'error que el nostre estimador no detecta. Així doncs s'han construït "models d'error" de les senyals dels diferents sensors per tractar-ne les pertorbacions.

A més caldrà tenir en compte alguns fenòmens que afecten a les nostres lectures i que afectaran a la construcció de la matriu de sortida del nostre model.

A continuació es mostren els tractaments que s'ha donat a cadascuna de les senyals:

8.3.3.1.Giroscopi

Com s'ha comentat a l'apartat 3.3.2, la nostra plataforma utilitza un giroscopi 3D, model ADXRS610, del fabricant Analog Devices. Aquest sensor ens proporciona la velocitat angular del quadrotor mesurada en eixos cos. Malgrat tot aquesta senyal ve contaminada per diferents tipus de pertorbacions que han de ser tractades per a assegurar un bon funcionament del UAV.

Podem distingir dos agents contaminants principals:

- **Soroll dels sensors** : fa referència la covariància de les mesures.
- **Bias**: és un petit offset que té el sensor i que genera una desviació, més o menys constant, en les mesures de l'aparell. A més, aquest error

afectarà de forma lineal a les variables que tinguin a veure amb la integració de la velocitat angular (actitud).

Això ens permet construir un model d'error del giroscopi, que tractarà els errors abans que la senyal entri en el filtre de Kalman:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 - \vec{b}_{gir} + \vec{\sigma}_{gir}^2 \quad (80)$$

On ω fa referència a la nostra variable d'estat velocitat angular, ω_0 és la mesura del sensor, b_{gir} és el bias i σ_{gir}^2 el soroll aleatori.

El soroll blanc que contamina la senyal ja és tingut en compte pel nostre observador un cop la senyal entra a l'algoritme, però el bias no. Per tant, abans de treballar amb la senyal del sensor, serà necessari eliminar el bias. Això ens permetrà minimitzar l'error de deriva que tindríem, al tractar-se d'un model que estima algunes variables a partir de la integració d'unes altres.

Per a mesurar el bias s'han fet mesures del valor de la senyal del giroscopi en estàtic, obtenint els següents resultats:

	p	q	r
b_{gir} (rad/s)	-0.0014	-3.9082·10 ⁻⁴	-5.0757·10 ⁻⁴

Taula 7: mesures experimentals del bias del giroscopi

8.3.3.2. Magnetòmetre

El magnetòmetre és un sensor que mesura la intensitat de camp magnètic en els 3 eixos cos. Gràcies a aquestes mesures s'obté un vector de camp que dona informació de l'actitud del quadrotor.

El camp es mesura a través d'unes magneto-resistències que canvien el seu valor en funció del camp que les travessa en la seva direcció.

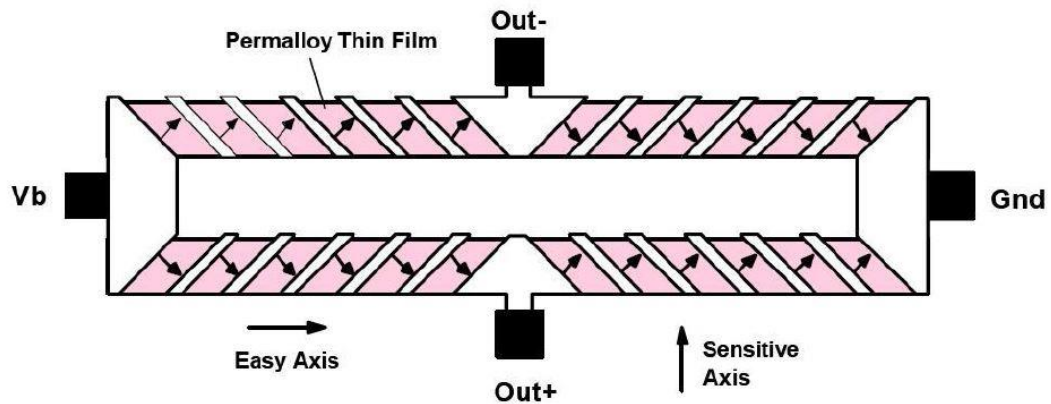


Figura 48: magneto-resistència [24]

El seu funcionament és doncs molt semblant al de les brúixoles, amb l'única diferència que en el cas del magnetòmetre no es parteix de la suposició que s'està mesurant en el pla horitzontal de la Terra.

Camp magnètic terrestre

Per entendre millor el funcionament d'aquest dispositiu i utilitzar-lo correctament en aplicacions de navegació, és necessari entendre a grans trets com actua el camp magnètic terrestre.

La Terra es comporta com un dipol, però aquest no està alineat amb els seus eixos de rotació. Per això sempre apareix un terme de Declinació, que és l'angle existent entre el nord magnètic i el nord geogràfic (veure Figura 49). Per nord magnètic s'entén aquella regió de la Terra on les línies del camp magnètic són perpendiculars a la superfície.

La intensitat d'aquest camp no és constant i varia dels 60000 ηT als pols, als 25000 ηT a l'equador ($1 \eta\text{T} = 100000 \text{ G}$). A més també es poden produir variacions de la intensitat en el temps a llarg i curt termini degut, per exemple, a fenòmens com les tempestes geomagnètiques. Cal mencionar però els canvis a curt termini solen ser bastant infreqüents i de baixa magnitud.

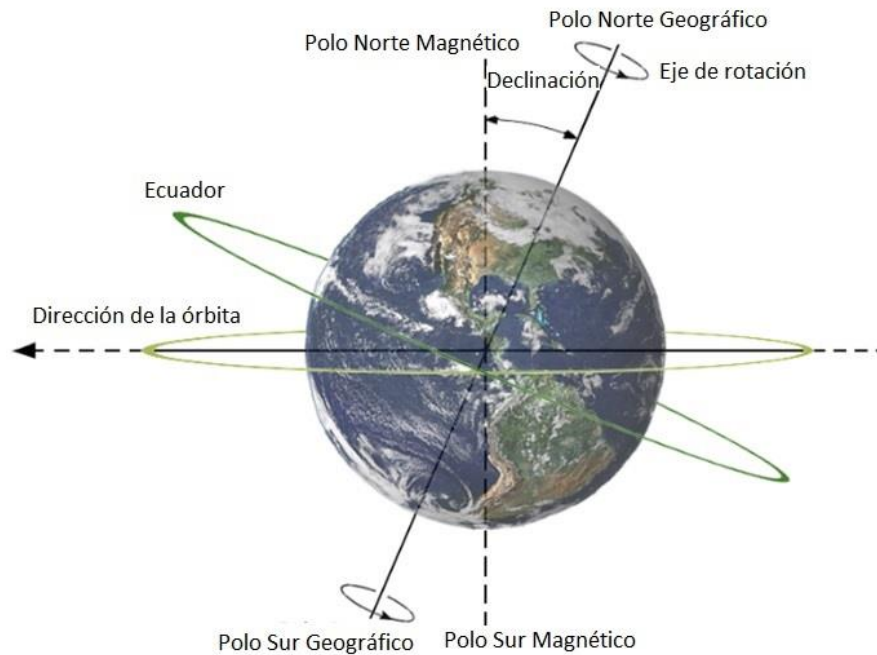


Figura 49: declinació magnètica [31]

Model d'error

El model d'error serà molt semblant a l'utilitzat en el cas del giroscopi, ja que les fonts de distorsió que afecten a la senyal del magnetòmetre són les mateixes. Tindrem doncs el següent model:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 - \vec{b}_{mag} + \vec{\sigma}_{mag}^2 \quad (81)$$

On: B és el camp magnètic que s'usarà per al nostre vector de mesures i B_0 és la mesura directa del magnetòmetre

El component de soroll blanc (σ_{mag}^2) torna a estar contemplat en el nostre observador, amb la qual cosa l'única operació prèvia necessària serà l'eliminació del bias (b_{mag}).

Per a calcular el bias s'han usat les dades d'actitud que ens ofereix el sistema de fusió de dades de bord de l'AscTec Hummingbird; s'ha situat el quadrotor en posició de repòs, de tal manera que tots els angles fossin 0, i s'han pres mesures del camp magnètic, quedant aquestes, per tant, expressades en eixos Terra. Cal tenir en compte que la plataforma ATH proporciona dades del camp magnètic adimensionalitzades, amb la qual cosa no ens permet conèixer la intensitat del camp magnètic en el punt de mesura, però ens ofereix informació de les magnituds de les components d'aquest camp en eixos cos.

Les dades de camp magnètic recollides s'han normalitzat i comparat amb els valors de camp magnètic que proporcionen diferents organismes de prestigi internacional [32]–[34], en el punt de mesura. Finalment s'ha pres la diferència entre les mesures i les dades proporcionades com el bias d'aquest sensor, obtenint els resultats mostrats en la Taula 8:

	u_{Bx}	u_{By}	u_{Bz}
B_{mag}	-0.0347	-0.0263	0.0214

Taula 8: mesures experimentals del bias del magnetòmetre

En la Taula 8 les mesures de bias es presenten normalitzades ja, doncs el nostre vector de mesures inclourà les mesures del camp magnètic normalitzades també.

Model de mesura

Tenint en compte el funcionament del magnetòmetre i el comportament del camp magnètic terrestre, construirem un model que ens permeti avaluar les components del camp magnètic terrestre en eixos cos, en funció de l'actitud del quadrotor. El model consistirà bàsicament en projectar el vector de camp magnètic expressat en eixos Terra, en eixos cos.

Aquest model planteja dues dificultats, degudes principalment a la particularitat del camp magnètic terrestre: la variació en la intensitat del camp magnètic, deguda a la zona i a efectes temporals, i la variació en l'angle de declinació, deguda a la posició.

Per a solucionar el primer problema s'ha optat per despreciar els efectes dels canvis temporals, ja que aquests solen produir-se en llargs períodes de temps, i normalitzar el camp magnètic amb els valors proporcionats pel magnetòmetre en la zona de mesura de referència.

Pel que fa a l'angle de declinació s'ha optat per no tenir en compte els seus efectes, ja que en la zona on es farà la validació de l'algorítme, aquest angle es pràcticament nul ($0^\circ 27'$ [33]). Aquesta declinació, al igual que el valor de la intensitat de camp magnètic, també pot variar amb el temps. En 11 es comenta una possible solució a aquest problema.

Així doncs el model consistirà en projectar el vector de camp magnètic proporcionat per les referències usades, normalitzat, en eixos cos:

$$\begin{bmatrix} u_{Bx}^B \\ u_{By}^B \\ u_{Bz}^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{Bx}^E \\ u_{By}^E \\ u_{Bz}^E \end{bmatrix} \quad (82)$$

on:

$$\begin{bmatrix} u_{Bx}^E \\ u_{By}^E \\ u_{Bz}^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5463 \\ 0.0053 \\ 0.8375 \end{bmatrix} \quad (83)$$

Les equacions desenvolupades són les següents:

$$u_{Bx}^B = \cos\theta\cos\psi u_{Bx}^E + \cos\theta\sin\psi u_{By}^E - \sin\theta u_{Bz}^E \quad (84)$$

$$u_{By}^B = (\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)u_{Bx}^E + (\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi)u_{By}^E + \sin\phi\cos\theta u_{Bz}^E \quad (85)$$

$$u_{Bz}^B = (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)u_{Bx}^E + (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)u_{By}^E + \cos\phi\cos\theta u_{Bz}^E \quad (86)$$

on u s'utilitza per a expressar que es tracta de vectors normalitzats i B representa el camp magnètic en cadascuna de les direccions dels eixos cos.

Utilitzar aquest model ens permetrà validar l'actitud calculada amb el model d'estimació a priori i els acceleròmetres, i a més establirà una referència per a les mesures d'angle de guinyada (d'altra manera s'hagués pres com a origen la primera estimació).

8.3.3.3. Acceleròmetre

El quadrotor usat en aquest projecte usa un acceleròmetre 3D, que permet mesurar variacions en l'acceleració lineal en qualsevol dels tres eixos cos. En concret el funcionament del nostre acceleròmetre es basa en la tecnologia de flux de calor implementada per l'empresa *MEMSIC*. El sensor, en cada un dels tres eixos, consta d'un calentador i de dues termopiles situades als extrems del mateix. Si l'acceleració és nul·la, no es produeix cap flux de calor per sobre de les termopiles, amb la qual cosa els voltatges a la seva sortida són idèntics. Si per contra el vehicle està accelerant, apareix un flux de calor, que genera uns perfils

tèrmics asimètrics en cadascuna de les dues piles, amb les conseqüents variacions en els voltatges de sortida (veure Figura 50).

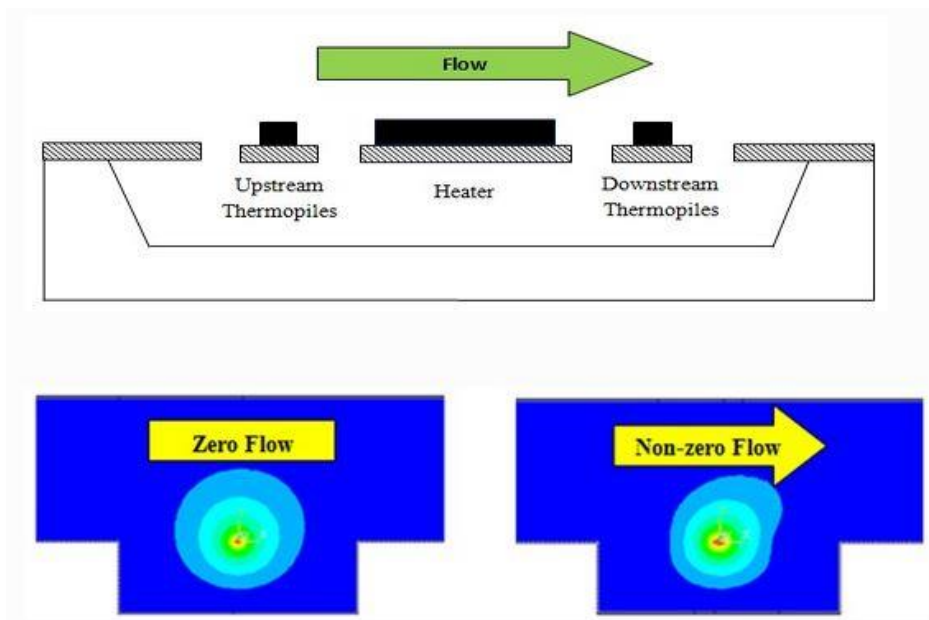


Figura 50: esquema de funcionament de l'acceleròmetre [35]

Model d'error

El model d'error de l'acceleròmetre serà igual que el dels sensors anteriors:

$$\vec{a}_b = \vec{a}_0 - \vec{b}_a + \overline{\sigma}_a^2 \quad (87)$$

On a_b és la lectura que s'usarà en el vector de mesures i a_0 la mesura directa de l'acceleròmetre.

Tal com s'ha comentat amb el giroscopi i el magnetòmetre, l'error aleatori ja està contemplat en l'algorisme d'estimació, amb la qual cosa l'únic tractament previ necessari serà l'eliminació del bias.

Per a mesurar el bias s'han fet experiments amb l'aeronau en estàtic i, utilitzant les dades d'actitud proporcionades pel sistema de fusió de dades de fàbrica del quadrotor, s'han calculat els valors teòrics d'acceleració (components de la gravetat expresstas en eixos cos) que hauríem d'estar mesurant a cada eix. Aquests càlculs s'han comparat amb els valors mesurats, obtenint els següents resultats de bias:

	a_x	a_y	a_z
$b_a \text{ (m/s}^2\text{)}$	0.0081	-0.0108	-0.1402

Taula 9: mesures experimentals del bias de l'acceleròmetre

Durant la realització dels diferents experiments no s'han apreciat grans variacions en el bias, fet que confirma la validesa dels models d'error usats.

Model de mesura

El model de mesura que ens permetrà obtenir les lectures dels sensors en funció de les nostres variables d'estat, haurà de tenir en compte, en aquest cas, els fenòmens que afecten a la lectura de l'acceleròmetre.

Primer de tot el camp gravitatori de la Terra que afecta de forma permanent a les mesures. Quan el quadrotor està horitzontal en estat de repòs, l'acceleròmetre ens dona una mesura de $-g$ (corresponent a la força de reacció al pes) amb la qual cosa s'haurà de sumar aquest valor per a obtenir l'acceleració real del vehicle.

A més caldrà tenir en compte també que la plataforma es troba en un sistema inercial que rota. Per tant s'haurà de corregir l'acceleració resultant que apareixerà als acceleròmetres.

L'expressió que ens permetrà obtenir l'acceleració en un sistema idealment inercial serà:

$$\vec{a}_{Ib} = \vec{a}_b + (\vec{\omega} + \vec{\Omega}) \times \vec{v}_b + \vec{g}_b \quad (88)$$

on:

$$(\vec{\omega} + \vec{\Omega}) = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (89)$$

$$\vec{g}_b = \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \cos \theta \sin \phi \\ g \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (90)$$

El subíndex I , fa referència a que està treballant en un sistema inercial. Cal tenir en compte que no s'està realitzant un canvi de coordenades, sinó que simplement s'està adequant l'acceleració mesurada en eixos cos a un sistema d'eixos cos teòricament inercial.

Les omegues de l'equació (88) simbolitzen la rotació total de la Terra Ω i la del propi cos ω . El giroscopi no distingeix entre les dues rotacions i, per tant, el vector de mesures que ens proporciona $[p,q,r]$ serà la suma de les dues rotacions.

L'equació (88) desenvolupada dona els següents resultats:

$$a_{Ibx} = a_{bx} - v_{by}r + v_{bz}q - g\sin\theta \quad (91)$$

$$a_{Iby} = a_{by} + v_{bx}r - v_{bz}p + g\cos\theta\sin\phi \quad (92)$$

$$a_{Ibz} = a_{bz} - v_{bx}q + v_{by}p + g\cos\theta\cos\phi \quad (93)$$

Amb aquestes equacions obtenim la variable d'estat acceleració, en funció de la mesura de l'acceleració i altres variables d'estat, però a nosaltres ens interessarà tenir la mesura en funció de les variables d'estat, amb la qual cosa obtindrem les següents equacions de mesura:

$$a_{bx} = a_{Ibx} + v_{by}r - v_{bz}q + g\sin\theta \quad (94)$$

$$a_{by} = a_{Iby} - v_{bx}r + v_{bz}p - g\cos\theta\sin\phi \quad (95)$$

$$a_{bz} = a_{Ibz} + v_{bx}q - v_{by}p - g\cos\theta\cos\phi \quad (96)$$

8.3.4. Linealització del model en espai d'estats

El model d'estimació a priori que s'utilitza ja és un model lineal, a excepció d'aquelles variables que requereixen d'un canvi de base per a adaptar-se al procés: la posició i l'actitud.

Les equacions que modelitzen la posició, sense linealitzar, són les següents:

$$\begin{bmatrix} x^E \\ y^E \\ z^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^E + v_x^E \cdot T + a_x^E \cdot \frac{T^2}{2} \\ y^E + v_y^E \cdot T + a_y^E \cdot \frac{T^2}{2} \\ z^E + v_z^E \cdot T + a_z^E \cdot \frac{T^2}{2} \end{bmatrix}_{k-1} \quad (97)$$

amb:

$$v_x^E = \cos\theta\cos\psi v_x^B + (\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)v_y^B + (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)v_z^B \quad (98)$$

$$a_x^E = \cos\theta\cos\psi a_x^B + (\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)a_y^B + (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)a_z^B \quad (99)$$

$$v_y^E = \cos\theta\sin\psi v_x^B + (\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi)v_y^B + (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)v_z^B \quad (100)$$

$$a_y^E = \cos\theta\sin\psi a_x^B + (\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi)a_y^B + (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)a_z^B \quad (101)$$

$$v_z^E = -\sin\theta v_x^B + \sin\phi\cos\theta v_y^B + \cos\phi\cos\theta v_z^B \quad (102)$$

$$a_z^E = -\sin\theta a_x^B + \sin\phi\cos\theta a_y^B + \cos\phi\cos\theta a_z^B \quad (103)$$

Les equacions que ens proporcionen l'actitud del quadrotor són les que continuen:

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi + \dot{\phi} \cdot T \\ \theta + \dot{\theta} \cdot T \\ \psi + \dot{\psi} \cdot T \end{bmatrix}_{k-1} \quad (104)$$

amb:

$$\dot{\phi} = p + \sin\phi\tan\theta q + \cos\phi\tan\theta r \quad (105)$$

$$\dot{\theta} = \cos\phi q - \sin\phi r \quad (106)$$

$$\dot{\psi} = \sin\phi\sec\theta q + \cos\phi\sec\theta r \quad (107)$$

A continuació es mostra el model linealitzat, seguint el procediment explicat en l'apartat 7.6. Es construeixen unes matrius de 3x3 (M, N, P...) per a facilitar l'escriptura posterior de les matrius del procés i sortida. Els coeficients d'aquestes matrius poden ser consultats en l'Annex B.

- **Matriu d'estats (A)**

$$A = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & M_{3 \times 3} & N_{3 \times 3} & Z_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \cdot T & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & E_{3 \times 3} & R_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{k-1}$$

- **Matriu de sortida (C)**

$$C = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & S_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & U_{3 \times 3} & J_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & K_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{k-1}$$

- **Matriu de Guany del soroll del procés (G)**

$$G = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T^2/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Model en espai d'estats**

$$\begin{bmatrix} x^E \\ y^E \\ z^E \\ v_x^B \\ v_y^B \\ v_z^B \\ a_{Ix}^B \\ a_{Iy}^B \\ a_{Iz}^B \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}_k = A \cdot \begin{bmatrix} x^E \\ y^E \\ z^E \\ v_x^B \\ v_y^B \\ v_z^B \\ a_{Ix}^B \\ a_{Iy}^B \\ a_{Iz}^B \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}_{k-1} + Bu_k + Gw_k \quad (108)$$

$$\begin{bmatrix} x^E \\ y^E \\ z^E \\ a_x^B \\ a_y^B \\ a_z^B \\ p \\ q \\ r \\ u_{Bx} \\ u_{By} \\ u_{Bz} \end{bmatrix}_k = C \cdot \begin{bmatrix} x^E \\ y^E \\ z^E \\ v_x^B \\ v_y^B \\ v_z^B \\ a_{Ix}^B \\ a_{Iy}^B \\ a_{Iz}^B \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}_{k-1} + Du_k + Hw_k + v_k \quad (109)$$

La matriu d'entrada (B) i la matriu de transmissió directa (D) són matrius de zeros, degut a que el model cinemàtic no depèn de les entrades introduïdes al quadrotor. La matriu H també serà una matriu de zeros perquè no existeix una relació directa entre el soroll del procés i les mesures dels sensors.

Pel que fa a la composició dels sorolls, com s'ha comentat en l'apartat 7.4.1, són variables gaussianes de valor mitjà 0 i amb matrius de covariància Q, per al soroll del procés, i R, per al de les mesures.

La composició d'aquestes matrius es mostra a continuació:

- Covariàncies del soroll del procés (Q)**

$$Q = cov(Gw_k) = (G \cdot G^T) \cdot (\sigma_{wk} \cdot \sigma_{wk}^T)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4} & 0 & 0 & \frac{T^3}{2} & 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^4}{4} & 0 & 0 & \frac{T^3}{2} & 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^4}{4} & 0 & 0 & \frac{T^3}{2} & 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T^3}{2} & 0 & 0 & T^2 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^3}{2} & 0 & 0 & T^2 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^3}{2} & 0 & 0 & T^2 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T^2 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T^2 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T^2 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_p^2 & 0 & 0 & \sigma_p^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_q^2 & 0 & 0 & \sigma_q^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_r^2 & 0 & 0 & \sigma_r^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_p^2 & 0 & 0 & \sigma_p^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_q^2 & 0 & 0 & \sigma_q^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_r^2 & 0 & 0 & \sigma_r^2 \end{bmatrix}.$$

- Covariàncies del soroll dels sensors (R)**

$$R = \text{cov}(v_k) = \sigma_{v_k} \cdot \sigma_{v_k}^T$$

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{az}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_p^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_q^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_r^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Bx}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{By}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Bz}^2 \end{bmatrix}$$

Per simplicitat de notació s'ha utilitzat el mateix símbol per a les covariàncies de la matriu de soroll del procés i les de la matriu de soroll dels sensors, però corresponen a valors diferents, depenent del procés de mesura que s'hagi seguit.

Cal fixar-se que el producte $\sigma_i \cdot \sigma_j$ amb $i \neq j$ sempre dona zero, perquè es parteix de la premisa que els estats són independents entre si (veure apartat 7.4).

8.4.Recepció de dades

Les dades provinents dels sensors de la IMU i de l'RTK hauran de ser tractades abans de la fusió de dades, per tal de poder treballar-hi de forma òptima. Per això s'utilitzen uns algoritmes de recepció de dades, desenvolupats en la plataforma *matlab*, que executaran aquesta funció. Les dades provinents de la IMU i les que provenen del sensor de posició, requereixen de tractaments diferents, és per això que s'han construït dues arquitectures o esquemes distints, atenent a les exigències de cada recepció.

8.4.1.Sensors de la IMU

Per a rebre les dades de la IMU, s'utilitza l'eina de desenvolupament *AscTec Simulink Toolkit*, proporcionada pel mateix fabricant. A més aquest kit permet a l'usuari incorporar els seus propis algoritmes de control i fusió de dades a l'aeronau. Incorpora dues carpetes:

- Carpeta de Matlab/Simulink: mitjançant el model de simulink "Uart_communication.mdl" es poden rebre dades de la plataforma en vol o enviar comandes i paràmetres. A través del model "onboard_matlab.mdl" es pot inserta un algoritme dissenyat per el client prèviament.
- Carpeta que inclou el projecte per al IDE Eclipse, que permet compilar el codi generat al Matlab, descarregar-lo/flaixejar-lo i depurar-lo.

8.4.2.Sensor RTK

La recepció de dades en el cas del sensor de posició és una mica més complexa ja que, com s'ha comentat en l'apartat 5.3, la plataforma *AshTech MB100* utilitza el protocol NMEA 0183 per a comunicar-se. Les dades s'envien en forma de sentències, més o menys complexes, que és necessari tractar per a recollir únicament la informació que ens interessa.

Per a rebre les dades en *simulink* s'ha usat el block *serial receive*, que permet llegir dades rebudes a través d'un port serie, especificar la longitud del vector a tractar, els caràcters de lectura finals i inicials, el temps d'adquisició de dades i el tipus de dades que s'estan recollint.

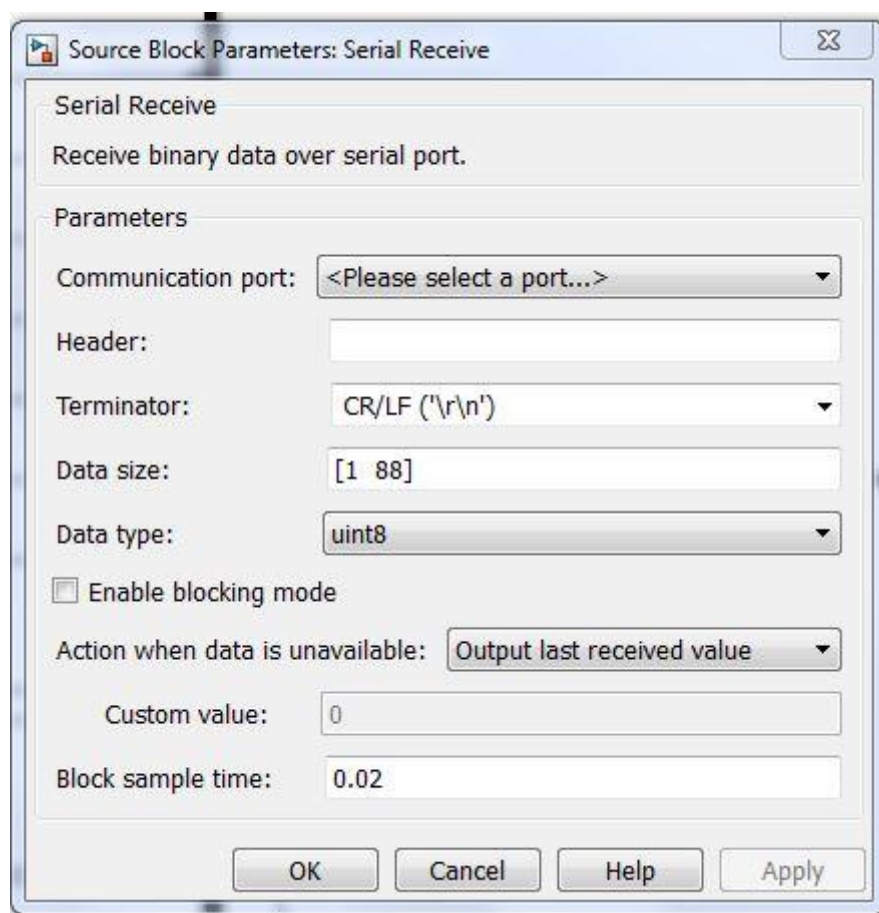


Figura 51: configuració del block "serial receive"

Com es pot veure en la Figura 51, s'ha adaptat el temps de lectura de dades al del model de recepció de dades del quadrotor proporcionat per l'empresa *AscTec*. Malgrat tot la freqüència de transmissió màxima de l'RTK és de 20Hz, amb la qual cosa rebrem les mateixes dades durant dos instants de temps seguits. Les conseqüències d'aquest fet i les possibles solucions es comenten a l'apartat 11.

Un cop les dades han entrat en el nostre model de *simulink*, s'ha construït un algoritme (consultar annex C) dins d'un block *matlab function* que interpretarà les senyals.

Aquest algoritme treballa en dues fases diferents:

- La primera, anomenada *Parser*, té com a objectiu identificar els paràmetres que ens interessen dins la sentència NMEA 0183 i decodificar-los.
- Un cop decodificades, les dades són tractades per adaptar les seves unitats a les de l'estimador.

8.4.2.1.Parser

La paraula parser fa referència a la decodificació de missatges, en aquest cas, de protocol NMEA 0183. En aquest projecte s'ha construït una funció en *matlab* que permet llegir les dades enviades pel satèl·lit i agafar-ne únicament les que ens interessin.

S'ha utilitzat aquesta funció per a parsejar les sentències del tipus *\$GPGGA* que són les que ens proporcionen dades de latitud, longitud i altitud. En concret el que fa l'algoritme es decodificar les sentències rebudes en codi *ASCII* i aïllar-ne les subtrames que ens interessin, per a enviar-les com a dades de tipus *double* al filtre de Kalman. A més la funció també té en compte la qualitat de les dades rebudes (evalua si s'estàn rebent amb la funcionalitat GPS habitual, DGPS o RTK) i transmet la informació a l'estimador, per tal que ho tingui en compte en el soroll dels sensors (adapta la variància a usar en l'estimació).

8.4.2.2.Adaptació d'unitats

S'haurà de treballar també sobre les unitats i els sistemes de referència d'aquestes dades; els receptors GPS utilitzen un sistema de referència 3D conegut com a *World Geodetic System 1984 –WGS 84-* que haurà de ser transformat a un sistema 2D que rep el nom de *Universal Transverse Mercator –UTM-*, per tal de poder treballar amb les dades de posició en les unitats desitjades. A continuació s'expliquen les particularitats de cada sistema i es mostren les equacions necessàries normalitzades per al canvi de coordenades.

World Geodetic System 1984

El Sistema Geodèsic Mundial 1984 és un Sistema Terrestre Convencional (CTS), realitzat l'any 1984 modificant el *Navy Navigation Satellite System (NNSS)* en origen i escala, i rotant-lo per tal de fer coincidir el seu meridià de referència amb el meridià zero definit per la *Bureau International de l'Heure*³ (BIH).

L'origen i els eixos del sistema de coordenades WGS 84 es defineixen de la següent manera:

- **Origen:** se situa en el centre de masses de la Terra.

³ El BIH localitzat a l'observatori de París, era l'organisme internacional responsable de combinar diferents criteris i mesures per a establir el temps universal.

- Z_{WGS-84} : en la direcció del Pol Terrestre Convencional (CTP), tal com el defineix el BIH basat en les coordenades proporcionades per les seves estacions.
- X_{WGS-84} : és la intersecció del pla que defineix el meridià de referència del sistema WGS 84 i el pla de l'equador definit pel CTP.
- Y_{WGS-84} : completa el trièdre seguint la regla de la mà dreta –apunta a l'Est-

En la Figura 52 es pot observar una reproducció del sistema de referència WGS 84:

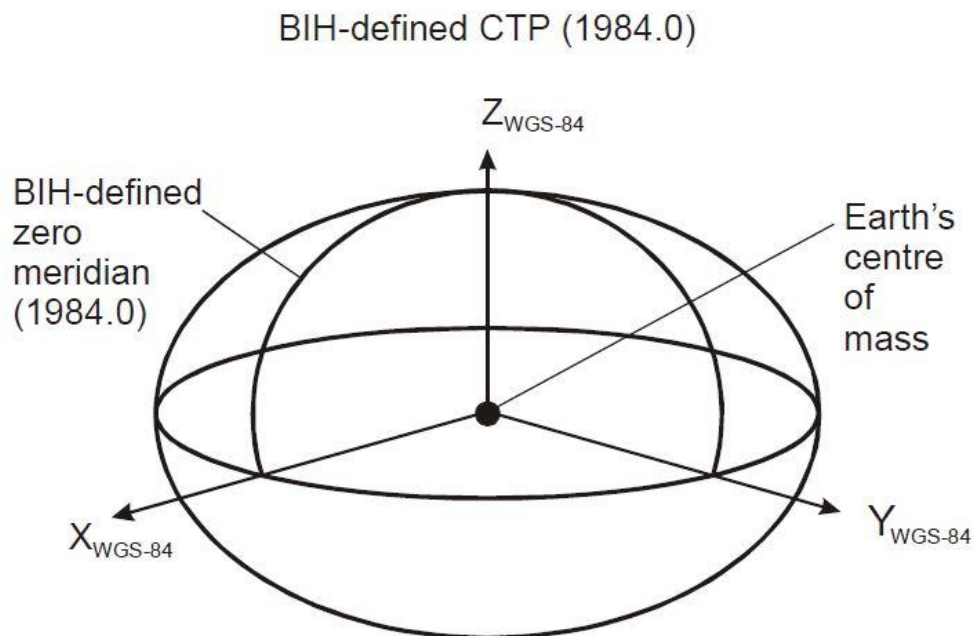


Figura 52: definició del sistema de referència WGS 84 [19]

Es tracta doncs d'un sistema global de referència fixe a la Terra, que inclou un model de la mateixa, i que es defineix per un seguit de paràmetres primaris i secundaris. Els paràmetres primaris –consultar Taula 10 – defineixen la forma d'un el·lipsoide terrestre, la seva velocitat angular i la massa de la Terra.

Els paràmetres secundaris donen informació d'un Model de Camp Gravitatori Terrestre (EGFM) detallat.

Paràmetre	Símbol	WGS 84
Semi eix major	a	6 378 137 m
Velocitat angular	ω	$7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$
Constant gravitacional geocèntrica (inclosa la massa de l'atmosfera)	GM	$398 600.5 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$
Coeficient harmònic zonal de segon del potencial gravitacional normalitzat	$\bar{C}_{2,0}$	$-484,16685 \times 10^{-6}$
Aplanament (derivat de $\bar{C}_{2,0}$)	α	1/298.257223563

Taula 10: paràmetres primaris del sistema WGS 84

Universal Transverse Mercator

El Sistema Universal Transvers de Mercator (UTM) és un sistema de coordenades basat en la projecció transversa de Mercator, que s'utilitza en la majoria de projeccions cartogràfiques.

A diferència dels sistemes de coordenades geogràfiques (com ho és el WGS 84), on les magnituds s'expressen en latituds i longituds, les posicions en el sistema UTM s'expressen en metres a nivell del mar, que és la base de la projecció de l'el·lipsoide de referència.

Projecció Transversa de Mercator

La projecció comuna de Mercator, utilitzada en una gran quantitat de mapes mundials, és una projecció cilíndrica, el que significa que el globus terraquí és encerclat per un cilindre imaginari tangent a l'equador, i la Terra es projecta dins del cilindre.

Es tracta d'una projecció *conforme* o, dit en altres paraules, la projecció conserva els angles i les petites formes de la Terra. El preu que es paga però, és una gran variació en escala, lluny de les porcions centrals del mapa (l'equador, en una projecció de Mercator normal). Com a exemple, en un mapa de Mercator, Groenlàndia sembla tant gran com Amèrica del Sud, quan, en realitat, representa aproximadament 1/8 part de la superfície del continent Sudamericà. En canvi si un para atenció a una petita regió de la costa, veurà que la reproducció, en forma, és pràcticament idèntica a la realitat.

Per tant a l'hora de representar superfícies verticalment allargades, la projecció de Mercator deixa de ser vàlida. És aquí on apareix la projecció transversa, en la qual, en comptes de pendre com a l'ínia de referència l'equador, el cilindre és tangent als meridians (veure Figura 53).

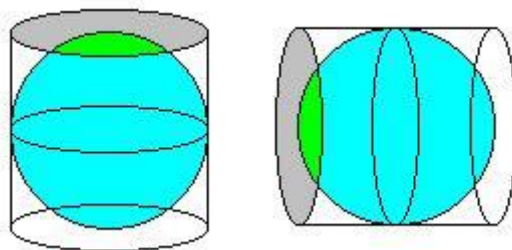


Figura 53: a l'esquerra, projecció de Mercator, a la dreta, projecció transversa de Mercator [36]

Com que la projecció transversa de Mercator és molt acurada en seccions estretes de la Terra, ha esdevingut la base del sistema de referència que rep el seu nom: *Universal Transverse Mercator System* o *UTM*. El que es fa en aquest sistema és dividir la Terra en zones estretes en longitud, que es representen mitjançant una projecció transversa de Mercator. Amb aquestes divisions es construeix una xarxa sobre la projecció, que permet localitzar de forma fàcil qualsevol punt de la Terra.

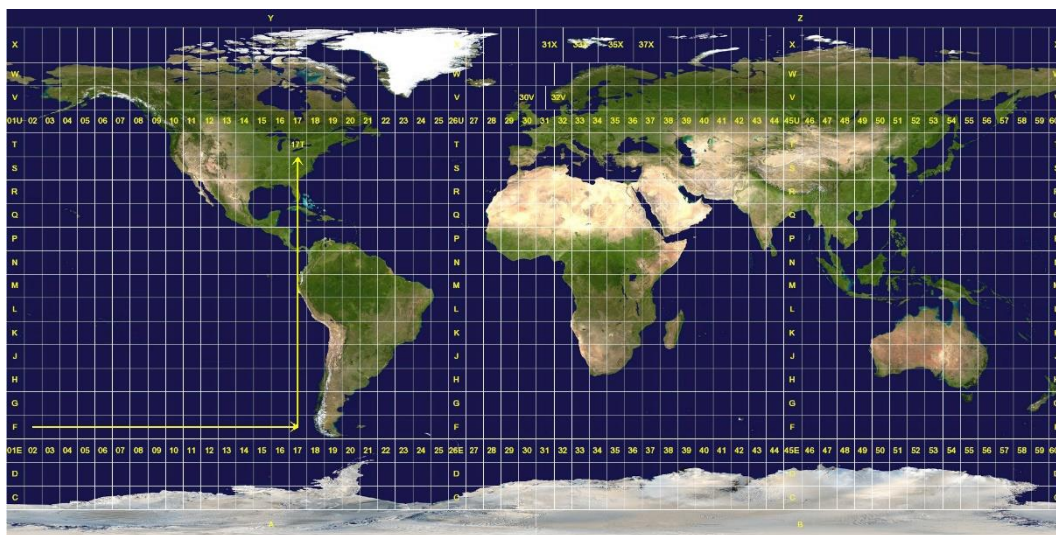


Figura 54: xarxa UTM [37]

La xarxa UTM (Figura 54) divideix la Terra en 60 husos de 6° de longitud. Els husos es numeren de l'1 al 60, estant el primer limitat entre les longitud 180° i 174° W, amb meridià central als 177° W. Cada hus té assignat un meridià central, que és on se situa el punt de referència per a prendre mesures.

D'aquesta manera s'aconsegueix que cap punt estigui massa allunyat del seu meridià de referència, evitant distorsions excessives, però es genera una discontinuïtat en el límit de cada zona, ja que un punt es pot projectar amb dues coordenades diferents.

Per evitar aquestes discontinuïtats, a vegades s'estenen les zones per incloure el punt situat en un meridià de conflicte, però això suposa una major distorsió d'escala.

Pel que fa a les divisions horitzontals el sistema UTM divideix el planeta en 20 zones conegudes com a bandes. Aquestes zones es troben entre els paral·lels 80°S i 84°N, ja que, degut a la forma de la Terra, les distorsions en els pols són massa elevades. A cada banda se li assigna una lletra de la C a la X, excloent-n'hi la I i la O, per la seva semblança amb els números 1 i 0.

Aquest sistema doncs presenta l'avantatge que es pot identificar una posició de forma molt més intuïtiva que amb les coordenades geogràfiques, però per altra banda necessita de l'establiment de punts de referència en cada mesura.

8.4.2.3. Canvi de base

Com s'ha comentat en el capítol 6.5 la xarxa GPS treballa amb coordenades geogràfiques, del format latitud, longitud i alçada, en un sistema de referència geocèntric, mentre que el nostre model expressa la posició en coordenades cartesianes, referenciades en eixos Terra. És per això que serà necessari realitzar un canvi de base del WGS 84 al sistema UTM.

Per a realitzar aquest procés existeixen tres mètodes fonamentals:

- Taules de projecció UTM
- Fórmules de transformació directa del US Army
- Fórmules de Coticchia-Surace

En aquest projecte s'ha decidit utilitzar les fórmules de Coticchia-Surace, per la seva simplicitat de programació i la bona precisió que ofereixen [38].

A continuació es mostra el procés de càlcul que segueixen les fórmules de Coticchia-Surace:

Càlculs previs

Conegudes les particularitats geomètriques de l'el·lipsoide de referència utilitzat per el nostre GPS (consultar 6), es realitzen una sèrie de càlculs relacionats amb la seva geometria:

$$\text{Excentricitat: } e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad (110)$$

$$\text{Segona excentricitat: } e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} \quad (111)$$

$$\text{Radi Polar de Curvatura: } c = \frac{a^2}{b} \quad (112)$$

$$\text{Aplanament: } \alpha = \frac{a - b}{a} \quad (113)$$

En realitat l'aplanament i la primera excentricitat no són necessàries en l'aplicació posterior de les equacions de Coticchia-Surace, però en algunes ocasions no es proporcionen totes les dades geomètriques de l'el·lipsoide i és necessari conèixer aquestes relacions per a extreure-les.

També serà necessari tractar les unitats de les dades de longitud (λ) i latitud (φ). La majoria de vegades aquestes dades venen expressades en format de graus sexagesimals que han de ser transformats a graus decimals, expressats en radians:

$$\text{graus decimals} = \text{graus} + \frac{\text{min}}{60} + \frac{\text{seg}}{60} \quad (114)$$

$$\text{Radians} = \frac{\text{graus decimals} \cdot \pi}{180} \quad (115)$$

En quan a les dades de longitud, ens haurem d'assegurar també si estan referides al Est (E) o a l'Oest (W), ja que això afectarà al seu signe (est positives, oest negatives).

Un cop les dades de longitud i latitud han estat preparades, podem procedir al càlcul de l'hus o la zona UTM on cau la posició actual:

$$\text{Hus} = \text{int} \left[\frac{\text{graus decimals}}{6} + 31 \right] \quad (116)$$

En l'equació 83 es poden veure diversos conceptes explicats en l'apartat 0: la longitud, en graus decimals, es divideix entre 6 perquè aquesta és l'amplitud de les zones UTM i es suma 31 al resultat d'aquest quocient, ja que l'origen de latitud del sistema WGS 84 se situa al meridià oposat (180°) de l'origen del sistema UTM.

Un cop coneixem l'hus el següent pas és calcular el meridià central, que servirà de referència per a les mesures de longitud:

$$\lambda_0 = hus \cdot 6 - 183 \quad (117)$$

I així podrem establir la distància existent entre la nostra posició i l'origen de referència UTM:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \quad (118)$$

En la Figura 55 es pot veure de forma esquemàtica una explicació del procés de càlcul de l'hus:

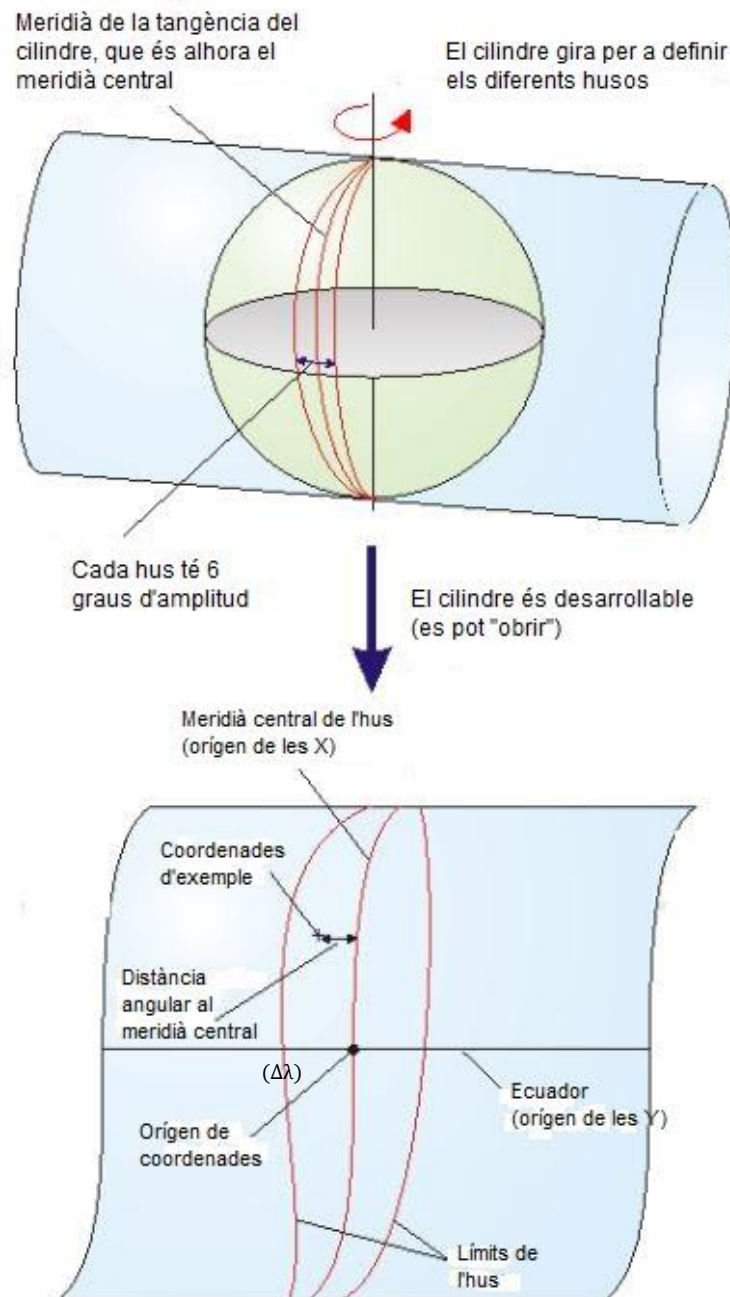


Figura 55: característiques de l'hus [36]

Un cop realitzats tots els càlculs previs ja es pot procedir a l'aplicació de les fórmules de Coticchia-Surace en si.

Càlcul de paràmetres

A continuació es calculen una sèrie de paràmetres que van encadenats els uns amb els altres, i que són el nucli de les fórmules de Coticchia-Surace. Es tracta d'un seguit d'operacions bastant rutinàries i que són fàcilment programables:

$$A = \cos\varphi \cdot \sin\Delta\lambda \quad (119)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \ln \left[\frac{1+A}{1-A} \right] \quad (120)$$

$$\eta = \arctan \left(\frac{\tan\varphi}{\cos\Delta\lambda} \right) - \varphi \quad (121)$$

$$\nu = \frac{c}{(1 + e'^2 \cdot \cos^2\varphi)^{1/2}} \cdot 0.9996 \quad (122)$$

$$\zeta = \frac{e'^2}{2} \cdot \xi^2 \cdot \cos^2\varphi \quad (123)$$

$$A_1 = \sin(2\varphi) \quad (124)$$

$$A_2 = A_1 \cdot \cos^2\varphi \quad (125)$$

$$J_2 = \varphi + \frac{A_1}{2} \quad (126)$$

$$J_4 = \frac{3 \cdot J_2 + A_2}{4} \quad (127)$$

$$J_6 = \frac{5 \cdot J_4 + A_2 \cdot \cos^2\varphi}{3} \quad (128)$$

$$\alpha = \frac{3}{4} \cdot e'^2 \quad (129)$$

$$\beta = \frac{5}{3} \cdot \alpha^2 \quad (130)$$

$$\gamma = \frac{35}{27} \cdot \alpha^3 \quad (131)$$

$$B_\phi = 0.9996 \cdot c \cdot (\varphi - J_2 + \beta \cdot J_4 - \gamma \cdot J_6) \quad (132)$$

Càlcul final de coordenades

Un cop disposem de tots els paràmetres necessaris, ja es pot procedir al càlcul de les coordenades UTM finals:

$$X = \xi \cdot \nu \cdot \left(1 + \frac{\zeta}{3}\right) + 500000 \quad (133)$$

$$Y = \eta \cdot \nu \cdot (1 + \zeta) + B_\phi \quad (134)$$

En el cas de les coordenades X , se suma la quantitat de 500000 metres per tal de desplaçar el meridià central, i evitar així valors de longituds negatives. Es mou el meridià de referència 500 km perquè aquest és el valor que prèn en tots els husos de les coordenades UTM, que van dels 0 metres en la coordenada situada més a l'oest a 1000000 metres en la coordenada més oriental.

En la Figura 56 s'en pot veure una explicació gràfica.

En el cas de les coordenades Y se suma un quantitat de 10000000 de metres, només en el cas de que les coordenades estiguin situades en l'hemisferi Sur, pel mateix motiu que en el cas de la longitud.



Figura 56: situació del meridià central per a l'hus 30 [19]

8.5. Validació experimental

8.5.1. Model simulink

Per a realitzar la validació experimental s'ha construït un model de simulink dins del model "UART_communication", que és el que proporciona el fabricant del quadrotor per a realitzar les lectures dels sensors d'abord.

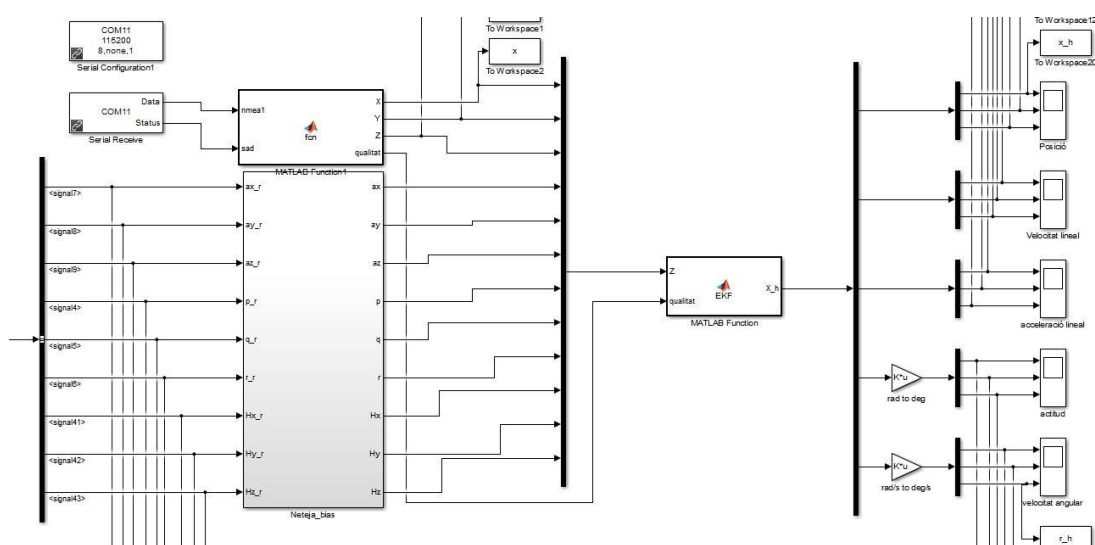


Figura 57: model de simulink usat per a la fusió de dades

En la Figura 57 es pot observar el model utilitzat per a l'estimació. Es pot veure com el vector de mesures Z es construeix a partir de les mesures que provenen del model de simulink d'AscTec i de les mesures de posició que arriben a través de, en aquest cas, el port COM11.

Les mesures de posició, un cop recollides pel block *serial_receive*, entren directament en la funció de parseig i transformació de coordenades explicada en l'apartat 8.4.2. S'observa com del block de recepció de dades sèrie, a part de la senyal que conté les dades de posició en NMEA 0183, en surt una altra dada, que ens indica simplement si el block està rebent noves dades o no.

Pel que fa a la sortida de la funció de decodificació NMEA 0183, es pot distingir que aquest bloc no només ens proporciona les dades de posició, sinó que a més fa arribar una senyal amb el nom de *qualitat* al EKF, que el filtre utilitza per a adaptar les dades de variància de la posició que ha d'usar, en funció de la qualitat de la senyal GPS rebuda.

Les dades de la IMU entren directament a un subsistmea amb el nom de *neteja_bias* que, seguint els models d'error presentats en 8.3.3, extreu el bias de les senyals dels sensors i, en el cas de les dades magnètiques, obté els valors normalitzats de la senyal.

Un cop s'han netejat les dades de la IMU i decodificat la posició, es genera un vector de mesures Z , que entra dins l'algoritme d'estimació (consultar annex C). Els estats estimats es mostren per pantalla a través d'uns blocs *scope* i s'envien els seus valors al *workspace* de *matlab*, per tal de poder treballar-hi.

8.5.2. Plataforma

La validació experimental s'ha realitzat amb l'RTK sense estar integrat dins el quadrotor. Això plantejava certes dificultats, degut a les dimensions del dispositiu MB100 equipat amb el kit d'evaluació i a la necessitat de disposar d'una bateria extra, a part de la del quadrotor, per a alimentar el rover.

S'ha optat per aprofitar l'estructura d'espuma que s'usa per a guardar l'aeronau en repòs i usar-la com si fos el fuselatge del quadrotor (veure Figura 58). D'aquesta manera s'evita que existeixi moviment relatiu entre el rover i el multirotor i, a més, es redueix la influència de l'MB100 sobre les mesures del compàs magnètic, al situar-lo el més allunyat possible de la IMU.



Figura 58: muntatge de la plataforma per a realitzar la validació experimental



8.5.3. Resultats

En aquest capítol es mostren els resultats de la validació experimental realitzada.

Cal destacar que no s'ha aconseguit rebre senyal en mode RTK en cap moment, ja que la màxima qualitat que s'ha assolit ha estat la de DGPS. És probable que aquest fet es degui a algun problema en el hardware de comunicació entre la base i el rover, doncs s'ha revisat la configuració de firmware d'ambdós aparells i tot era correcte. De totes maneres el nostre algoritme d'estimació ja ho té en compte i aplica les modificacions corresponents.

A més cal mencionar també la dificultat que ha suposat l'adquisició de dades del magnetòmetre, ja que s'ha hagut de modificar el model de simulink "onboard.mdl" proporcionat per AscTec per flaixejar-lo posteriorment en el processador d'alt nivell.

Un cop establertes les condicions en què s'ha realitzat la simulació doncs, es presenten les senyals obtingudes en l'estimació i es comenten una mica els resultats, per després buscar-ne una justificació en el capítol 11.

8.5.3.1. Simulació estàtica

Primer de tot s'ha realitzat una simulació de 180 segons amb el quadrotor en estat de repòs, per tal de fer una primera valoració dels resultats i començar a percebre els punts febles del model.

Els resultats obtinguts són els següents:

Actitud

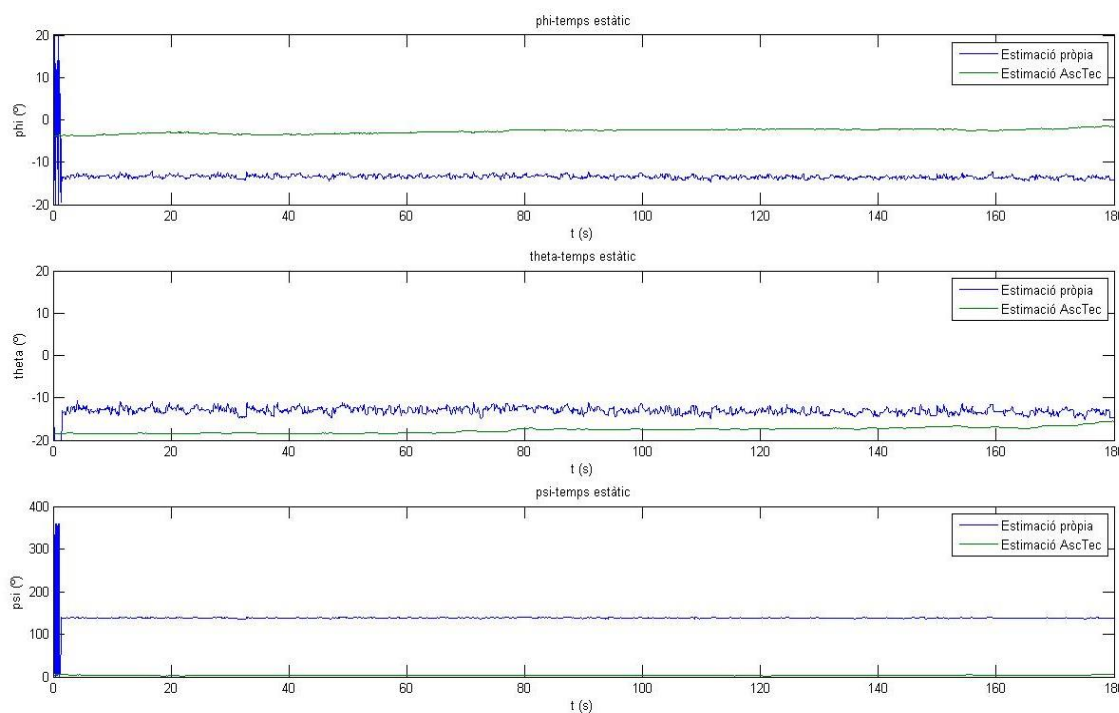


Figura 59: validació experimental de l'estimació de l'actitud en repòs

L'experimentació s'ha realitzat amb el quadrotor en posició horitzontal i amb l'eix X cos apuntant al nord, amb la qual cosa els resultats per als tres angles haurien de ser aproximadament zero.

Com es pot apreciar en les gràfiques de phi i theta, els valors d'estimació s'aproximen a zero, però amb un bias d'aproximadament -10° . En canvi, en el cas de psi, el valor és completament incoherent i s'allunya del que caldria esperar. Això, juntament amb l'estimació desmesurada de theta per part de l'algoritme de fusió de dades de l'AscTec, fa pensar que es tracta d'un error degut a les mesures del magnetòmetre.

A continuació s'adjunten les dades del compàs magnètic:

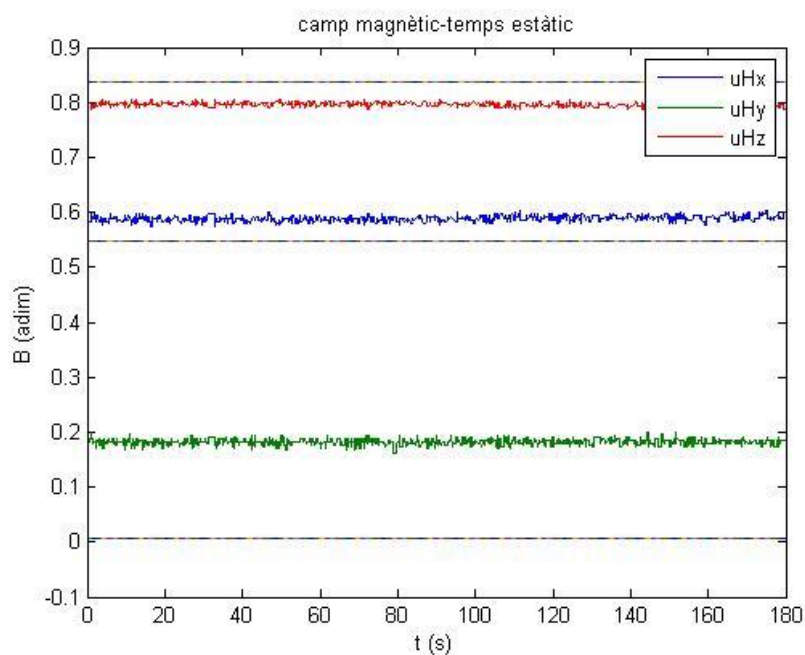


Figura 60: components normalitzades del camp magnètic durant la simulació, comparades amb les components del camp magnètic terrestre (consultar 8.3.3.2)

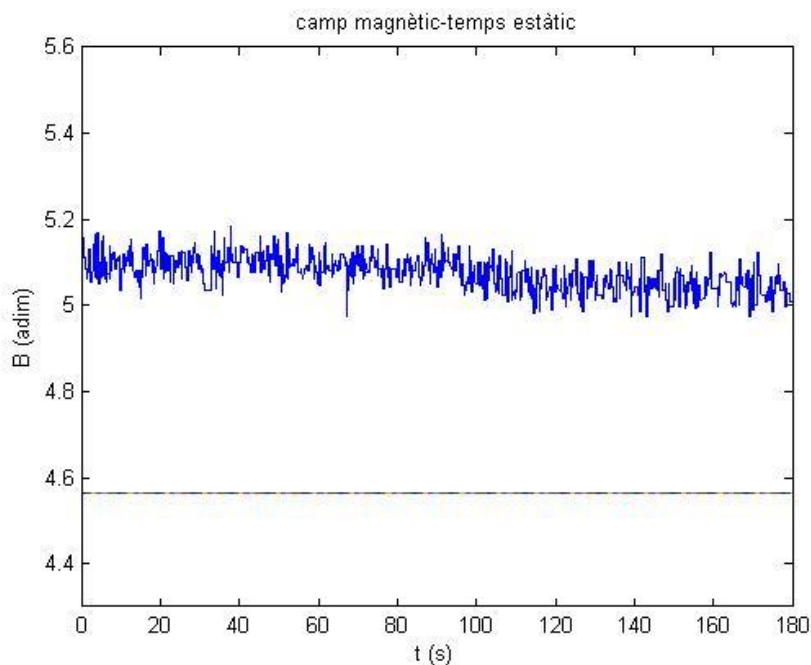


Figura 61: valor del mòdul del camp magnètic adimensionalitzat durant la simulació, comparat amb el mòdul del camp magnètic terrestre

Com es pot observar en la Figura 60 i Figura 61, les components del camp magnètic en el pla on s'ha instal·lat l'MB100 han augmentat, així com també ho ha fet el seu mòdul. Això explicaria les discrepàncies que apareixen en l'estimació de l'actitud, ja que en el nostre model de mesures hem suposat un vector de camp magnètic de mòdul i direcció constants.

Velocitat angular

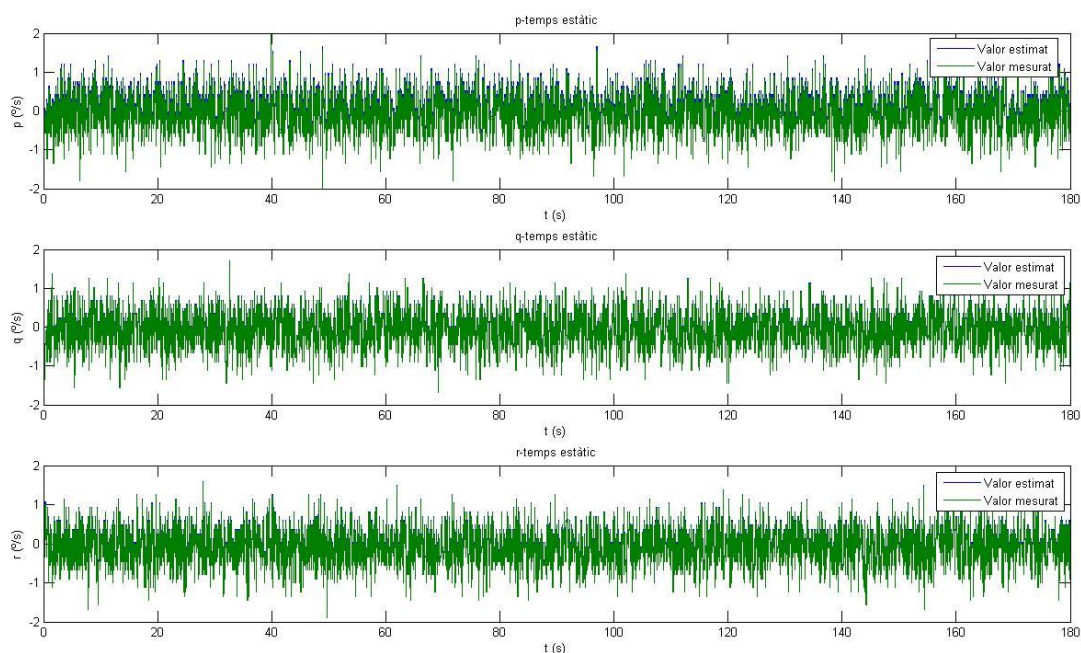


Figura 62: validació experimental de l'estimació de la velocitat angular en repòs

En la Figura 62 es veu com els valors de la mesura de la velocitat angular i els de l'estimació pràcticament se superposen. Es pot concloure doncs que s'està obtenint uns bons resultats d'estimació d'aquest estat.

Això reforça encara més el fet que sigui el magnetòmetre el que estigui distorsionant l'estimació de l'actitud, ja que el nostre model d'estimador no relaciona de cap manera la velocitat angular i el magnetòmetre.

Acceleració lineal

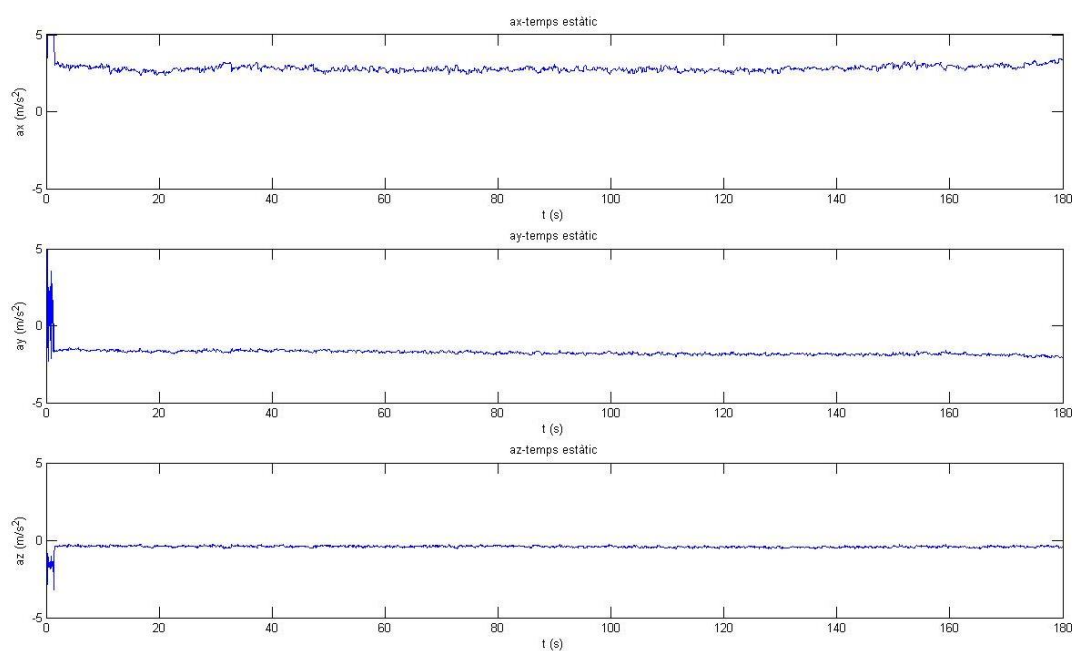


Figura 63: validació experimental de l'estimació de l'acceleració lineal en repòs.

Com es pot observar en les estimacions de les acceleracions (que haurien de tenir un valor de 0) s'obté un bias més o menys constant, sobretot apreciable en l'eix x i l'eix y. Això és degut a la mala estimació de l'actitud, que afecta al model de mesura de l'acceleròmetre.

Velocitat lineal

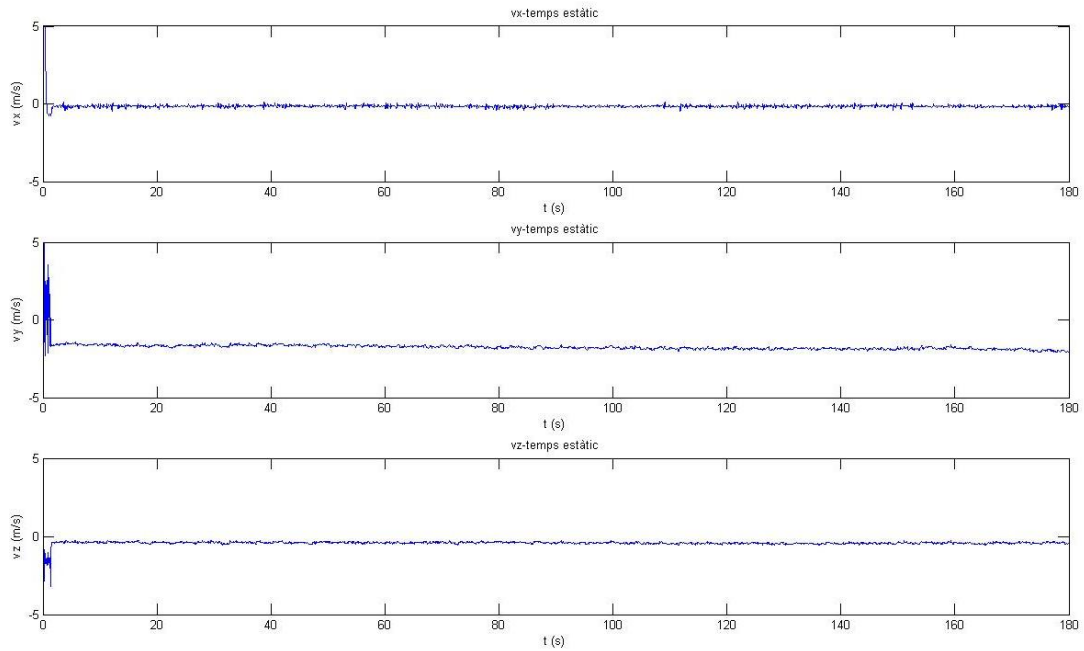


Figura 64: validació experimental de la velocitat lineal en repòs

Els resultats en aquesta variable són molt semblants als de l'acceleració i s'expliquen pels mateixos motius que aquesta.

Posició

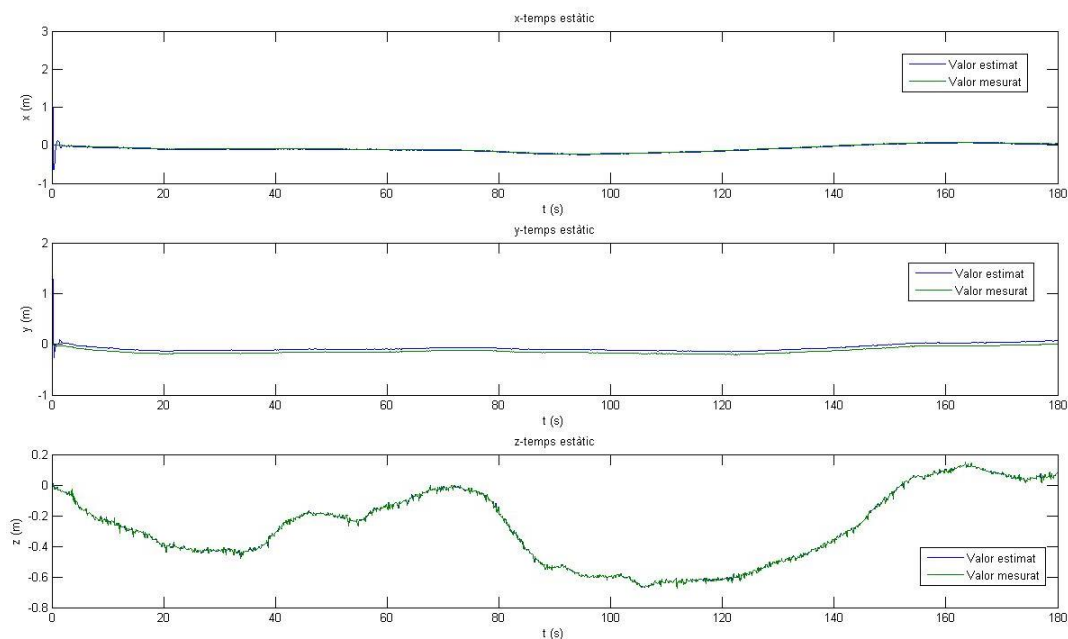


Figura 65: validació experimental de l'estimació de la posició en repòs

Per al cas de la posició s'obtenen unes estimacions pràcticament iguals a les senyals del sensor de posició. Malgrat que en el nostre model s'usa l'actitud per a estimar la posició, l'algorítme del filtre de Kalman està otorgant molt poca fiabilitat a aquestes estimacions, i és per això que els resultats són tant semblants a la senyal d'entrada.

8.5.3.2. Simulació de vol

Per a intentar estimar els estats durant un teòric vol real, s'ha realitzat una experimentació en la que es movia la plataforma quadrotor/rover agafant-la amb les mans, simulant situacions que es donarien en un vol normal.

En les gràfiques s'observa com entre els 130 i 150 segons s'obtenen alguns valors desproporcionats, inclús per sobre dels límits calculats en 8.3.2.1. Això fa pensar que durant aquest període es pot haver perdut la comunicació amb la plataforma, per tant, aquestes dades no s'han de tenir en compte.

Pel que fa al camp magnètic una primera revisió del seu comportament torna a mostrar la influència de l'MB100 (Figura 66). En la construcció del model s'ha suposat un valor de camp magnètic (mòdul) aproximadament constant i, durant aquesta simulació, apareixen variacions de fins aproximadament $\pm 10\%$ del valor de camp magnètic terrestre calculat en 8.3.3.2. Això torna a generar unes fortes distorsions en l'estimació de l'actitud i, com a conseqüència, en la resta de variables que guarden relació amb ella.

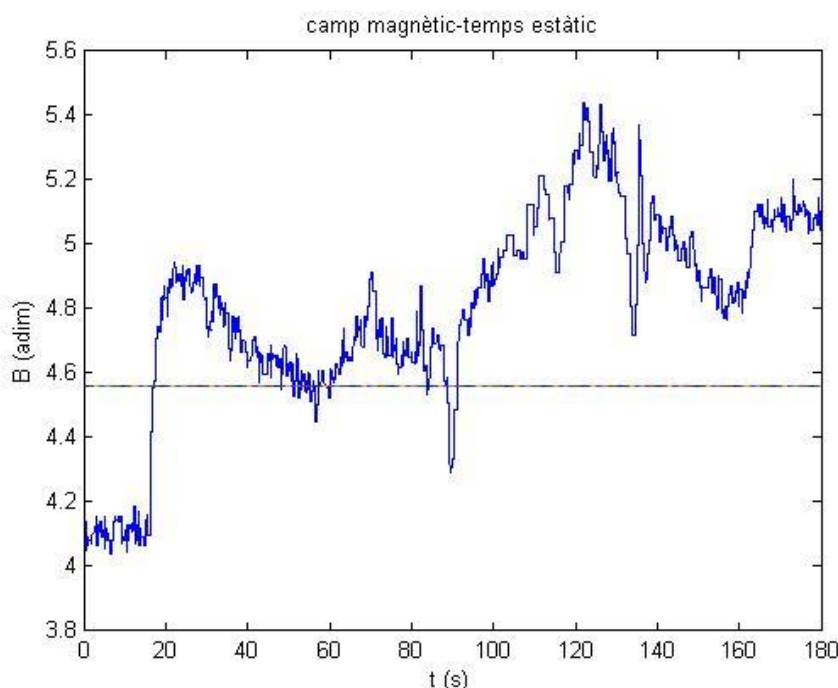


Figura 66: mòdul de camp magnètic mesurat durant la simulació de vol, comparat amb el mòdul de camp magnètic terrestre

En aquest cas és difícil comentar i mesurar fins a quin punt el comportament de l'estimador és fiable, ja que no es disposa de valors de referència per a totes les variables, com era el cas d'una situació de repòs.

El que sí que sembla clar és que el comportament de l'angle de guinyada és força inestable, amb pics bastant pronunciats en algun instant de temps que no tenen cap sentit (Figura 67).

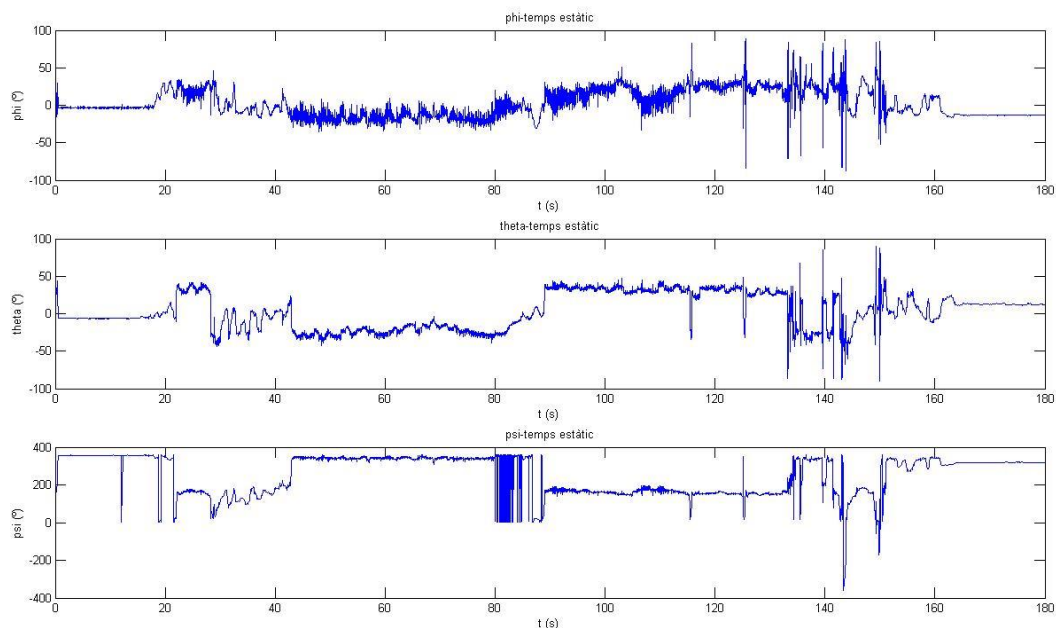


Figura 67: validació experimental de l'estimació de l'actitud en vol

La velocitat lineal i l'acceleració es mouen dins d'uns valors lògics, però es fa difícil evaluar fins a quin punt són correctes, ja que no es disposa de cap referència. El que sí que es pot saber és que el seu valor, com es veu en la simulació, hauria d'estar al voltant de zero.

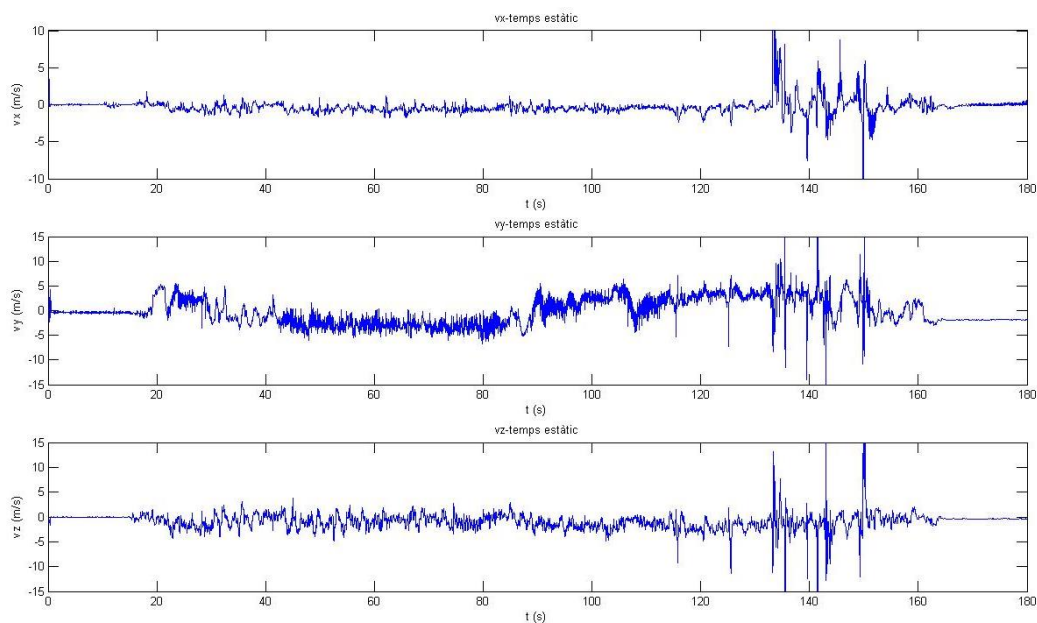


Figura 68: validació experimental de la velocitat lineal en vol

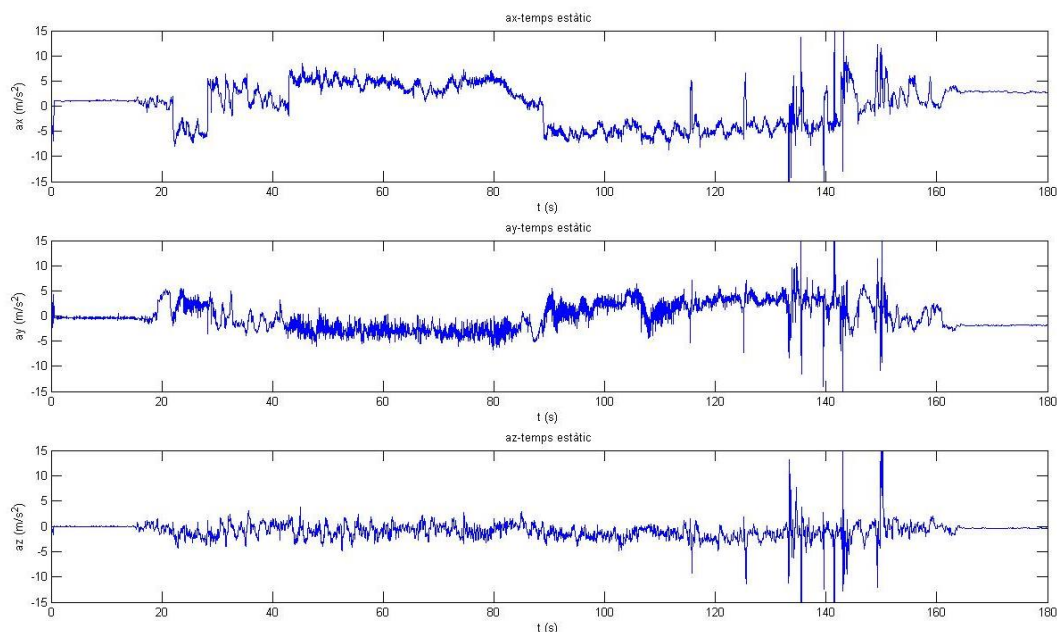


Figura 69: validació experimental de l'estimació de l'acceleració lineal

Pel que fa als estats dels quals sí que en tenim mesures directes (velocitat angular i posició), les estimacions tornen a ser bastant fidels a les mesures, mostrant la robustesa de l'algorítme d'estimació de Kalman.

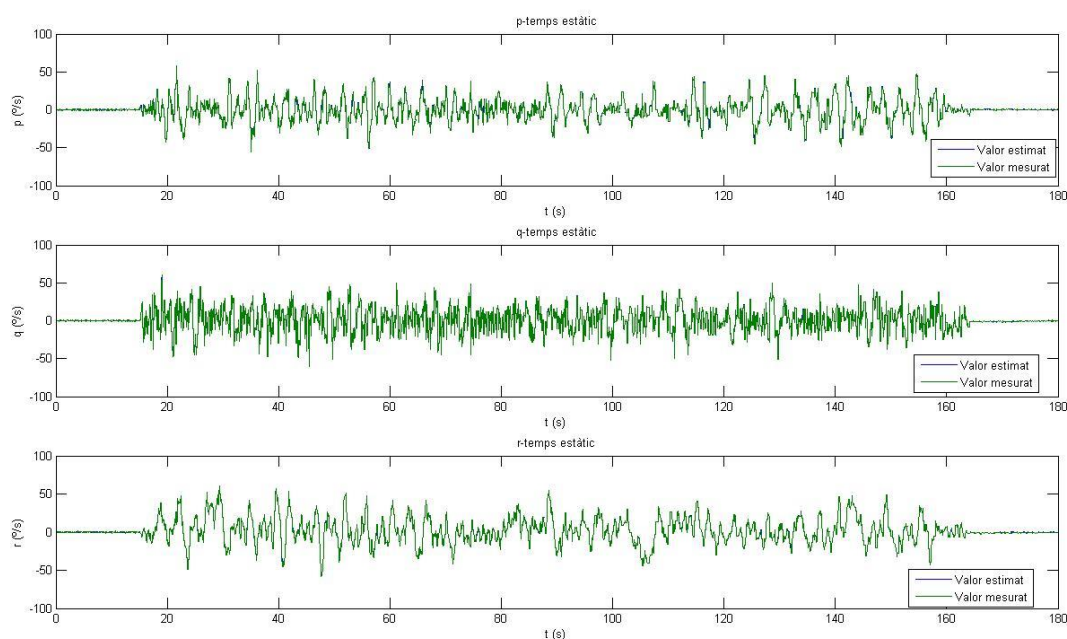


Figura 70: validació experimental de l'estimació de la velocitat angular

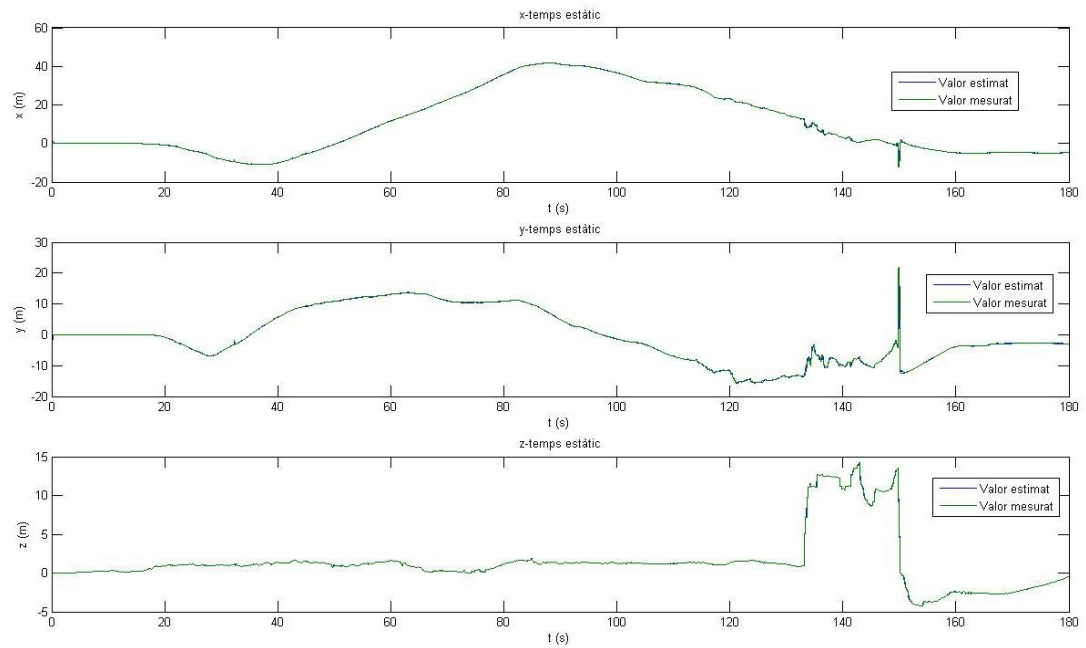


Figura 71: validació experimental de l'estimació de la posició



9. Impacte ambiental

D'entrada, degut a la naturalesa teòrica d'aquest treball, es tracta d'un estudi, es pot pensar que l'impacte ambiental del projecte és nul; es tracta d'un projecte realitzat pràcticament en la seva totalitat amb simulacions fetes a través d'ordinadors i amb una validació experimental feta amb un vehicle 100% elèctric. A més el consum energètic d'ambdós components (ordinador i quadrotor) és pràcticament imperceptible.

Però si un amplia més el seu camp de visió i és capaç de veure-hi més enllà s'adonarà que es tracta d'un estudi realitzat sobre un tipus de vehicles que reporten grans beneficis sobre el medi ambient. Es tracta de vehicles no tripulats, amb la qual cosa el seu pes i consum de combustible és més reduït que el de vehicles aeris convencionals, i que a més s'usen en una gran quantitat de tasques destinades a la protecció i conservació de la flora i la fauna.

A més, la integració d'un dispositiu de posicionament global com l'RTK MB100, constitueix una millora que possibilitarà que el quadrotor sigui vàlid per a treballar en un camp de missions molt més extens.



10. Resum del pressupost

Adjunt a aquesta memòria es pot trobar un document que recull els aspectes econòmics relacionats amb aquest estudi.

Per al càlcul del pressupost necessari s'han tingut en compte tres factors fonamentals:

- Software
- Hardware
- Hores de treball

Tenint en compte aquests factors s'ha arribat a una estimació del pressupost necessari de 30.519 €.

11. Conclusions

El desenvolupament d'aquest estudi ha permès a l'estudiant adquirir una gran quantitat de coneixements nous relacionats amb la indústria del control automàtic i, especialment, amb el procés de fusió de dades. Durant tot el procés d'elaboració del projecte ha estat necessària una tasca d'investigació i recerca constant, ja no tan sols de tècniques de fusió de dades diverses, sinó també de conceptes de control més o menys bàsics, que han finalitzat en el disseny del que s'ha pensat que seria el millor estimador possible per al nostre cas.

Les principals dificultats trobades durant la realització de l'estudi són les que es deriven del treball amb conceptes completament desconeguts fins aleshores i del treball experimental amb una plataforma real, l'AscTec Hummingbird. A això cal sumar-hi també

Després de l'estudi realitzat sobre els observadors d'estat, s'ha escollit el filtre de Kalman estès com a l'estimador més òptim per al nostre procés. Tot i que requereix d'un algoritme de càlcul més complex que el dels altres estimadors estudiats en l'apartat 7, els avantatges que ens reportava en un procés no lineal i contaminat per soroll superaven amb escreix les dificultats proposades per l'algoritme de càlcul.

Malgrat el disseny del modelat del quadrotor no entrava dins dels objectius marcats en aquest estudi, s'han estudiat diversos tipus de modelats que apareixien en diferents articles i estudis relacionats amb la fusió de dades, per a poder escollir un model que ens permetés fer una bona estimació i que no reportés grans dificultats a l'hora de linealitzar-lo i incorporar-lo a l'algoritme d'estimació. Finalment s'ha optat per un model cinemàtic basat en els processos de *Wiener*, ja que s'ha pensat que és el que millor podia complir els requisits anteriors.

Degut a la complexitat que porta associada aquest projecte, no s'ha aconseguit embarcar l'algoritme d'estimació a l'aeronau. Malgrat tot s'ha aconseguit simular la fusió de dades en temps real a través d'un ordinador extern, que ha permès validar l'estimador i determinar-ne els punts febles.

La validació experimental s'ha dut a terme en unes condicions que no serien les òptimes, ja que s'ha hagut d'afegir una bateria extra i usar una plataforma externa per a subjectar-la. Això ha generat una distorsió en el camp magnètic al voltant del quadrotor que ha provocat que els resultats en l'estimació d'algunes variables d'estat (la guinyada especialment) no fossin els esperats. Per a solucionar-ho es

podrien incloure les mesures d'altres sensors (el *heading* que dona el GPS, per exemple) i construir així un algoritme més robust, no tant sensible a les mesures errònies o distorsionades d'algun sensor. L'integració de l'AshTech MB100 com a un sensor més dins el quadrotor, també podria solucionar aquest problema, a l'eliminar les interferències magnètiques que genera la bateria extra.

En la construcció del model de mesures del magnetòmetre s'ha despreciat el terme de declinació magnètica. Malgrat tot no seria difícil d'incloure'l com a un bias més, per a aconseguir estimacions més acurades.

L'estimació del soroll del procés realitzada en el capítol 8.3.2.1 genera alguna incongruència dins el model de l'estimador, ja que s'ha treballat sempre amb la suposició que el procés es veia afectat per soroll gaussià i, el soroll del procés estimat en aquest projecte, difícilment ho serà (és gairebé impossible que la mitjana del soroll estimat sigui zero, perquè no s'han controlat les entrades que s'introdueixen durant aquesta estimació).

Existeix un altre soroll que, per la complexitat que suposava, tampoc s'ha tingut en compte en l'estimador. Es tracta de les imprecisions introduïdes per l'algoritme de recepció de dades de l'RTK, en concret, la part del canvi de coordenades de WGS 84 a UTM. La solució òptima seria escriure aquest algoritme com un model de mesura en el que la latitud, la longitud i l'alçada depenguessin de les variables d'estat, però per la seva naturalesa, suposaria una complexitat massa elevada.

L'algoritme d'estimació s'ha construït dins el model "UART_communication.mdl", amb la qual cosa s'ha adaptat el temps de simulació al d'aquest model, independentment del temps de mostreig de cada sensor. Això podria ser una altra font de soroll a tenir en compte i que es podria solucionar construint un algoritme de *Kalman* en "cascada", en el qual les mesures entrassin només cada vegada que el sensor dongués una senyal nova.

Malgrat la validació experimental no s'ha pogut realitzar en unes condicions òptimes, el filtre de Kalman desenvolupat ha demostrat ser prou robust, ja que no ha donat estimacions desmesurades en cap cas.

També és oportú destacar que en tot moment s'ha treballat amb un nivell d'exigència i rigorositat bastant alt, fet que ha provocat que algunes etapes del procés anessin una mica més lentes de l'esperat, però que a la llarga ha reportat un estalvi de temps en el desenvolupament final i uns resultats finals bastant satisfactoris.



12. Treball futur

Un cop finalitzat l'estudi, existeixen una sèrie de tasques que podrien realitzar-se com a continuació del mateix i per a millorar-ne els resultats:

- Disseny de l'algoritme d'estimació amb altres tipus de modelats per a comparar els resultats i veure quin és el més òptim.
- Embarcar l'algoritme en el processador d'alt nivell del quadrotor
- Validar l'estimador amb vols reals per tal d'assolir resultats més reals.



13. Planificació

13.1. Planificació del projecte

Per a una correcta execució del projecte és necessari planificar amb anterioritat les tasques a realitzar i així definir un ritme de treball adequat i minimitzar al màxim els possibles contratemps que puguin sorgir durant el projecte. En l'annex D s'adjunta el diagrama de Gantt que recull la planificació de tasques que s'ha seguit durant el treball

13.2. Planificació del treball futur

En l'apartat 12 s'han recomanat una sèrie de tasques a realitzar amb posterioritat a aquest estudi per a millorar-ne els resultats. Aquestes tasques també necessiten ser planificades i per això en l'annex D també s'adjunta un diagrama de Gantt amb la planificació del treball futur, per a facilitar la feina dels possibles estudiants o investigadors que recullin aquestes recomanacions.

14. Bibliografia

- [1] P. Sánchez Prieto, "Estudio del control de un UAV multirotor AscTec Hummingbird," Universitat Politècnica de Catalunya, 2015.
- [2] a Imam and R. Bicker, "Design and Construction of a Small-scale Rotorcraft UAV System," *Changes*, vol. 3, no. 1, pp. 96–109, 2014.
- [3] C. V. Group, "1.3 Autonomous Navigation for Flying Robots Lecture 1.3: Flying Principle of a Quadrotor."
- [4] A. Chan, S. Tan, and C. Kwek, "Sensor data fusion for attitude stabilization in a low cost Quadrotor system," *Consum. Electron. (ISCE)*, ..., pp. 34–39, 2011.
- [5] S. Paternain, R. Rosa, and R. Canetti, "IMPLEMENTATION OF SENSOR DATA," 2014.
- [6] F. Caron, E. Duflos, D. Pomorski, and P. Vanheeghe, "GPS/IMU data fusion using multisensor Kalman filtering: Introduction of contextual aspects," *Inf. Fusion*, vol. 7, no. 2, pp. 221–230, 2006.
- [7] X. Wang and a P. Formulation, "Distributed Luenberger Observers for Linear Systems," pp. 4267–4271, 2012.
- [8] S. Sukkarieh, E. M. Nebot, and H. F. Durrant-Whyte, "Achieving integrity in an INS/GPS navigation loop for autonomous land vehicle applications," *Proceedings. 1998 IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (Cat. No.98CH36146)*, vol. 4, no. May 1998, 1998.
- [9] A. K. Stimac, "Standup and Stabilization of the Inverted Pendulum," pp. 1–62, 1999.
- [10] "AscTec AutoPilot - AscTec Research - Ascending Technologies Customer Wiki." [Online]. Available: <http://wiki.asctec.de/display/AR/AscTec+AutoPilot>. [Accessed: 28-May-2015].
- [11] "First Flight - AscTec Research - Ascending Technologies Customer Wiki." [Online]. Available: <http://wiki.asctec.de/display/AR/First+Flight>. [Accessed: 28-May-2015].
- [12] "XBee Modules - AscTec Research - Ascending Technologies Customer Wiki." [Online]. Available: <http://wiki.asctec.de/display/AR/XBee+Modules>. [Accessed: 04-Jun-2015].



- [13] "AscTec Simulink Toolkit - AscTec Research - Ascending Technologies Customer Wiki." [Online]. Available: <http://wiki.asctec.de/display/AR/AscTec+Simulink+Toolkit>. [Accessed: 25-Jun-2015].
- [14] "Futaba FF7/TC7 - AscTec Research - Ascending Technologies Customer Wiki." [Online]. Available: <http://wiki.asctec.de/pages/viewpage.action?pageId=2818144>. [Accessed: 16-Jun-2015].
- [15] "GNSS signal - Navipedia." [Online]. Available: http://www.navipedia.net/index.php/GNSS_signal. [Accessed: 19-Aug-2015].
- [16] "How does the Global Positioning System (GPS) work ?" [Online]. Available: <http://www.pocketgpsworld.com/howgpsworks.php>. [Accessed: 23-Jul-2015].
- [17] T. Guide, *Real-Time Kinematic Surveying Training Guide*, no. 33142. 2003.
- [18] Trimble, "Reference Manual MB100," 2011.
- [19] I. a Fernández-Coppel, "La Proyección UTM.," *Geoasbuilt.Es*, pp. 1–52, 2001.
- [20] K. Filter, "State estimation with Kalman Filter," pp. 213–239, 1960.
- [21] M. I. Ribeiro, "Kalman and Extended Kalman Filters : Concept , Derivation and Properties," *Inst. Syst. Robot. Lisboa Port.*, no. February, p. 42, 2004.
- [22] F. L. Lewis, L. Xie, and D. Popa, *Optimal Estimation: With An Introduction to Stochastic Control Theory (second edition)*, vol. 30, no. 2. 2008.
- [23] "Control Tutorials for MATLAB and Simulink - Inverted Pendulum: System Modeling." [Online]. Available: <http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=InvertedPendulum§ion=SystemModeling>. [Accessed: 03-Oct-2015].
- [24] P. Operaciones, P. Operaciones, S. Tur, S. Tur, E. Universit, E. Universit, F. B. Curso, and F. B. Curso, "Proyecto Final," 2009.
- [25] M. Sureda, "Ejemplo de Matriz de responsabilidad," p. 21, 2013.
- [26] "EularQuats." [Online]. Available: <http://www.anticz.com/eularqua.htm>. [Accessed: 22-Jul-2015].

- [27] X. R. Li and V. P. Jilkov, "Survey of maneuvering target tracking: dynamic models," *Proc. SPIE Conf. Signal Data Process. Small Targets 2000*, no. April, pp. 212–235, 2000.
- [28] X. Tian, G. Chen, and E. Blasch, "Comparison of three Approximate kinematic Models for Space Object Tracking," no. 1, pp. 1005–1012, 2013.
- [29] H. J. Luinge and P. H. Veltink, "Measuring orientation of human body segments using miniature gyroscopes and accelerometers," *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol. 43, no. 2, pp. 273–282, 2005.
- [30] S. G. P. S. G. Sbas, L. Rtk, and L. L. Rtk, "Ashtech mb100."
- [31] P. Balone, "Qué es y cómo funciona una brújula - Qué es y cómo funciona." [Online]. Available: <http://comofunciona.org/que-es-y-como-funciona-una-brujula/>. [Accessed: 06-Sep-2015].
- [32] B. G. Survey, "World Magnetic Model Calculator." [Online]. Available: http://geomag.bgs.ac.uk/data_service/models_compass/wmm_calc.html. [Accessed: 02-Oct-2015].
- [33] I. G. Nacional, "Datos Geomagnéticos." [Online]. Available: <http://www.ign.es/ign/layoutIn/visorgeomagnetismo.do>. [Accessed: 03-Sep-2015].
- [34] N. R. Canada, "Magnetic field calculator." [Online]. Available: <http://geomag.nrcan.gc.ca/calc/mfcal-en.php>. [Accessed: 02-Oct-2015].
- [35] "Memsic Technology- Thermal MEMS Flow Sensors." [Online]. Available: <http://www.memsic.com/technology/accelerometers.cfm>. [Accessed: 28-Sep-2015].
- [36] "The Universal Transverse Mercator System." [Online]. Available: <https://www.uwgb.edu/dutchs/FieldMethods/UTMSystem.htm>. [Accessed: 25-Aug-2015].
- [37] C. H. Deetz and C. H. Deetz, *Elementos de proyección de mapas y su aplicación a la construcción de mapas y cartas*. Washington: Secretaría de Estado de los Estados Unidos de América, 1944.
- [38] G. Ortiz, "Ecuaciones Coticchia-Surace A...," *PoLAR*, pp. 6378388–6378388.
- [39] "User Manual - AscTec Research - Ascending Technologies Customer Wiki." [Online]. Available: <http://wiki.ascotec.de/display/AR/User+Manual>. [Accessed: 14-May-2015].



- [40] "Custom - AscTec Research - Ascending Technologies Customer Wiki." [Online]. Available: <http://wiki.ascotec.de/display/AR/Custom>. [Accessed: 16-Jun-2015].
- [41] "GLONASS - Wikipedia, la enciclopedia libre." [Online]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/GLONASS>. [Accessed: 15-Jul-2015].